

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(РГГУ)**

Отделение интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рабочая программа дисциплины

Направление: Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере – 45.03.04

Направленность: Разработка и программирование интеллектуальных систем

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2024

Теория случайных процессов

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Кандидат физико-математических наук

А.Н. Ладнева

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры МЛиИС

№6 от 08.02.2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

9. Методические материалы

9.1. Планы практических (семинарских, лабораторных) занятий

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

9.3. Иные материалы

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: ознакомить студентов с математическими понятиями и средствами теории случайных процессов, которые могут использоваться, в частности, при статистической обработке данных, в теории массового обслуживания, исследовании операций. Целью курса является также обучение слушателей стилю математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории случайных процессов.

Задачи:

- Ознакомить студентов с основными понятиями в области случайных процессов.
- Ознакомить с основными методами теории случайных процессов;
- Научить применять полученные теоретические знания на практике;
- Привлечь их внимания к богатому многообразию приложений.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций:

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-4. Способен разрабатывать, модернизировать и применять системы, использующие средства баз данных и лингвистического обеспечения	ПК-4.1. Знает теоретические основы разработки баз данных и систему требований, предъявляемых к лингвистическому обеспечению; ПК-4.2. Умеет применять современные системы управления базами данных для практической работы по созданию и использованию баз данных в разных предметных областях; ПК-4.3. Умеет использовать лингвистическое обеспечение информационных систем; ПК-4.4. Имеет практический опыт разработки, модернизации и использования баз данных, а также использования лингвистического обеспечения информационных систем.	<i>Знать:</i> <ul style="list-style-type: none">● Основные понятия и теоремы теории вероятностей;● Основные характеристики наиболее важных законов распределения случайных величин;● Основные понятия теории случайных процессов;● Основные типы случайных процессов;● Основные способы построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений. <i>Уметь:</i> <ul style="list-style-type: none">● Решать задачи анализа данных на компьютере;

		<ul style="list-style-type: none"> ● Использовать понятие случайного процесса при решении некоторых задач; ● Анализировать случайные процессы с дискретным и непрерывным временем. <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● Навыками вычисления вероятностей случайных событий; ● Навыками вычисления основных числовых характеристик случайных величин; ● Навыками вычисления основных характеристик случайных процессов; ● Навыками решения уравнений Колмогорова-Чепмена; ● Навыками построения графов состояний случайных процессов; ● Навыками вычисления переходных, предельных вероятностей. ● способностью использовать математические методы в задачах
--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория случайных процессов» входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана по направлению подготовки 45.03.04 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Дисциплина реализуется на отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере в четвертом семестре.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математический анализ, алгебра в объеме 1-2 семестров и теория вероятностей и статистика.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: методы обработки социологических данных, логические основы функционального программирования, теория массового обслуживания, исследование операций.

2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
4	Лекции	10
4	Семинары	32
Всего:		42

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часов.

3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Понятие случайного процесса	Определение случайного процесса. Основная классификация случайных процессов. Поток событий. Свойства потока событий. Граф состояний. Классификация состояний.
2.	Дискретные цепи Маркова	Вероятности состояний, переходные вероятности. Предельные вероятности. Однородные цепи Маркова. Уравнения Колмогорова-Чепмена.
3.	Марковские процессы с непрерывным временем	Марковский однородный процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний. Переходные вероятностные функции. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Интенсивности переходов.
4.	Случайные процессы. Обзор.	Стационарные процессы в узком и широком смысле. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Броуновское движение. Процесс гибели и размножения.

4. Образовательные технологии

<i>№ п/ п</i>	<i>Наименование раздела</i>	<i>Виды учебной работы</i>	Формируемые компетенции (указывается код компетенции)	Информационные и образовательные технологии
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1	Понятие случайного процесса	Лекция 1 Семинар 1 Лекция 2 Семинар 2 Лекция 3 Семинар 3 Самостоятельная работа	ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.2	Вводная лекция-беседа. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачиком и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
2	Дискретные цепи Маркова	Лекция 4 Семинар 4 Лекция 5 Семинар 5 Лекция 6 Семинар 6 Самостоятельная работа	ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.3	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачиком и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
3	Марковские процессы с непрерывным временем	Лекция 7 Семинар 7 Лекция 8 Семинар 8 Лекция 9 Семинар 9	ПК-4.2 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.1 ПК-4.1	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач.

		Самостоятельная работа		Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
4	Случайные процессы. Обзор.	Лекция 10 Семинар 10 Лекция 11 Семинар 11 Лекция 12 Семинар 12 Самостоятельная работа	ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.4 ПК-4.4 ПК-4.4	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

<i>Форма контроля</i>	<i>Срок отчетности</i>	<i>Макс. количество баллов</i>	
		<i>За одну работу</i>	<i>Всего</i>
Текущий контроль:			
● контр. Работа (разделы 1-2)	4 неделя	20 баллов	20 баллов
● контр. работа (раздел 3)	7 неделя	15 баллов	20 баллов
● контр. работа (разделы 4-5)	10 неделя	15 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)	12 неделя		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)			100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p>

		Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

1. Дана случайная функция $X(t) = \xi/t^2 + 1$. Найти два сечения и две реализации данной функции, если $\xi \in N(0,1)$, аргумент $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Нарисовать реализации.
2. Пусть ξ и η - независимые случайные величины, распределённые по закону $N(0,1/2)$. Пусть случайный процесс определен соотношением $X(t) = (\xi + \eta)/t$, $t > 0$. Вычислить $P(|X(t)| \leq 3/t)$ для любого $t > 0$.

3. Даны случайные функции $X(t) = \xi e^t$, $Y(t) = \xi t^2 + t + 1$, $Z(t) = \xi \sin 4t + \eta \cos 4t$, где ξ и η - независимые случайные величины, $E\xi = E\eta = 5$, $D\xi = D\eta = 1$. Найти математические ожидания и дисперсии случайных функций.
4. Известна ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2$ случайной функции $X(t)$. Найти дисперсию $X(t)$. Найти ковариационные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
5. Известны математическое ожидание $m_X(t) = t$ и ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математические ожидания, дисперсии, ковариационные и корреляционные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
6. Дана случайная функция $X(t) = \xi \cos 2t$, $\xi \sim E(1/2)$. Найти математическое ожидание, ковариационную и корреляционную функции, дисперсию $X(t)$.
7. Найти взаимную ковариационную функцию двух случайных функций $X(t) = t^2 \xi$ и $Y(t) = t^3 \xi$, где ξ - случайная величина, $\xi \sim \Pi(5)$.
8. Некоторая экономическая система в состоянии E1 получает 2000 уе прибыли. На следующий день эта экономическая система с вероятностью 0,3 может перейти в состояние E2 и получить в этом состоянии 500 уе прибыли или остаться в состоянии E1. Из состояния E2 с вероятностью 0,4 система может вернуться в E1 или с вероятностью 0,6 перейти в состояние E3. Состояние E3 означает 4500 уе убытков. Из E3 система обязательно переходит в E1. Все переходы возможны один раз в сутки. Начальные вероятности $p(0) = (0,5 \ 0,3 \ 0,2)$. Изобразить граф системы, записать матрицу ее переходов. Найти вероятности состояний через сутки, через двое. Найти предельные вероятности для состояний данной системы, вычислить процентное соотношение времен нахождения системы в каждом из состояний. Вычислить среднюю суточную прибыль системы.

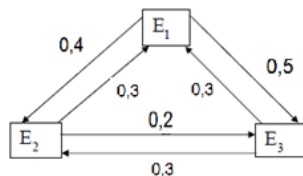
5.3.2. Образцы заданий для контрольных работ

Пример контрольной работы №1

1. Задан случайный процесс $X(t)$ со случайным параметром. Известны числовые характеристики случайного параметра. Построить область возможных траекторий случайного процесса. Вычислить и построить график математического ожидания случайного процесса. Вычислить дисперсию, среднее квадратическое отклонение, корреляционную функцию случайного процесса.
2. Дано описание системы. Изобразить граф состояний цепи Маркова. Записать матрицу по графу системы. Найти предельные вероятности. Вычислить математическое ожидание марковского процесса.
3. Дан граф состояний системы с непрерывным временем. Интенсивности переходов даны в таблице. Требуется составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей состояний системы. Вычислить предельные значения вероятностей.

Пример контрольной работы №2

1. Даны случайные функции $X(t) = \xi \cdot 2^t - 4t + 1$, $Y(t) = \xi \cdot 2^{-t} + 5$, где $\xi \sim N(2, 5)$. Найти математические ожидания, дисперсии случайных функций, их взаимные ковариационную и корреляционную функции.
2. Дан граф состояний дискретной цепи Маркова с переходными вероятностями. Вектор начальных вероятностей $p(0) = (1/2 \ 1/2 \ 0)$. Найти распределение вероятностей состояний на первых двух шагах. Найти финальные вероятности.



3. Даны интенсивности непрерывного Марковского процесса: $\lambda_{12} = 4$, $\lambda_{21} = 5$, $\lambda_{13} = 2$, $\lambda_{31} = 2$, $\lambda_{32} = 1$, $\lambda_{23} = 3$. Изобразить граф состояний, записать систему уравнений для вероятностей состояний. Найти предельные вероятности для состояний данной системы.
4. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за 10 минут, равно пяти. Найти вероятности того, что: а) за 2 минуты поступит ровно 4 вызова, б) за 3 минуты поступит больше 2 вызовов, в) за 5 минут не поступит ни одного вызова.

5.3.3. Список теоретических вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию (экзамен)

1. Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса.
2. Сечение случайного процесса. Примеры.
3. Реализация случайного процесса. Примеры.
4. Классификация случайных процессов.
5. Понятие потока событий.
6. Регулярный поток событий.
7. Некоторые свойства потоков событий.
8. Ординарность потока событий. Примеры.
9. Интенсивность потока событий.
10. Отсутствие последствия в потоке событий. Примеры.
11. Стационарность потока событий. Примеры.
12. Определение простейшего потока событий. Примеры.
13. Поток событий с ограниченным последствием.
14. Распределение промежутков времени между соседними событиями в потоке событий.
15. Распределение Пуассона.
16. Граф состояний. Принципы построения.
17. Классификация состояний.
18. Граф состояний процессов гибели и размножения.
19. Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Примеры.
20. Вероятности состояний, переходные вероятности.
21. Финальные (предельные) вероятности. Стационарный режим цепи Маркова.
22. Матрица переходных вероятностей. Принципы построения.
23. Дискретная цепь Маркова. Система линейных уравнений для нахождения вероятностей состояний.
24. Дискретная цепь Маркова. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний.
25. Непрерывная цепь Маркова. Определение, примеры.
26. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова.
27. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова.
28. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для непрерывной цепи Маркова.
29. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний в непрерывной цепи Маркова.
30. Матрица интенсивностей. Правила построения.
31. Связь между матрицей интенсивностей и графом состояний.
32. Винеровский процесс. Броуновское движение.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

- 6.1. Список источников и литературы

а) *Основная литература*

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.
4. Миллер, Б. М. Теория случайных процессов в примерах и задачах : учебное пособие / Б. М. Миллер, А. Р. Панков. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 320 с. — ISBN 978-5-9221-0206-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/48168>.

б) *Дополнительная литература*

1. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1989.
2. Гмурман, В. Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике»: Учеб. пособие — 11-е изд., перераб. — М.: Высшее образование, 2006.-404 с.
3. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ФИМА, 2003. 224с.
4. Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. – Гродно:ГрГУ, 2004.- 326 с.
5. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб.пособие. – М.: Изд-во Мгу, 1992.
6. Феллер В. Теория вероятностей и ее приложения. Т. 1,2. – «Мир», М., 1984.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Академическая аудитория с доской, медиапроектором и экраном. Компьютеры с программными средствами визуализации графических файлов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Adobe Master Collection
4. AutoCAD
5. Archicad
6. SPSS Statistics
7. ОС «Альт Образование»
8. Visual Studio
9. Adobe Creative Cloud

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса лицам с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения. Для этого от студента требуется представить заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) и личное заявление (заявление законного представителя).

В заключении ПМПК должно быть прописано:

- рекомендуемая учебная нагрузка на обучающегося (количество дней в неделю, часов в день);
- оборудование технических условий (при необходимости);
- сопровождение и (или) присутствие родителей (законных представителей) во время учебного процесса (при необходимости);
- организация психолого-педагогического сопровождение обучающегося с указанием специалистов и допустимой нагрузки (количества часов в неделю).

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся при необходимости могут быть созданы фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе.

Форма проведения текущей и итоговой аттестации для лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно (на бумаге, на компьютере), в форме тестирования и т.п.).

При необходимости студенту предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Тема 1 (12 ч.) Понятие случайного процесса

Цель занятия: ознакомиться с основными понятиями и определениями теории случайных процессов.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Дана случайная функция $X(t) = \xi/t^2 + 1$. Найти два сечения и две реализации данной функции, если $\xi \in N(0,1)$, аргумент $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Нарисовать реализации.
2. Пусть ξ и η - независимые случайные величины, распределенные по закону $N(0,1/2)$. Пусть случайный процесс определен соотношением $X(t) = (\xi + \eta)/t$, $t > 0$. Вычислить $P(|X(t)| \leq 3/t)$ для любого $t > 0$.
3. Даны случайные функции $X(t) = \xi e^t$, $Y(t) = \xi t^2 + t + 1$, $Z(t) = \xi \sin 4t + \eta \cos 4t$, где ξ и η - независимые случайные величины, $E\xi = E\eta = 5$, $D\xi = D\eta = 1$. Найти математические ожидания и дисперсии случайных функций.
4. Известна ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2$ случайной функции $X(t)$. Найти дисперсию $X(t)$. Найти ковариационные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
5. Известны математическое ожидание $m_X(t) = t$ и ковариационная функция $K_X(t_1, t_2) = t_1 t_2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математические ожидания, дисперсии, ковариационные и корреляционные функции случайных функций $Y_1(t) = X(t) + t^2$,
6. Дана случайная функция $X(t) = \xi \cos 2t$, $\xi \in E(1/2)$. Найти математическое ожидание, ковариационную и корреляционную функции, дисперсию $X(t)$.
7. Найти взаимную ковариационную функцию двух случайных функций $X(t) = t^2 \xi$ и $Y(t) = t^3 \xi$, где ξ - случайная величина, $\xi \in \Pi(5)$.

Контрольные вопросы:

1. Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса.
2. Сечение случайного процесса. Примеры.
3. Реализация случайного процесса. Примеры.
4. Классификация случайных процессов.

Список источников и литературы:

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С.

Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4.Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 2 (12 ч.) Дискретные цепи Маркова

Цель занятия: освоение основных понятий дискретных цепей Маркова и применение их в решении задач.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Некоторая экономическая система в состоянии E1 получает 2000 уе прибыли. На следующий день эта экономическая система с вероятностью 0,3 может перейти в состояние E2 и получить в этом состоянии 500 уе прибыли или остаться в состоянии E1. Из состояния E2 с вероятностью 0,4 система может вернуться в E1 или с вероятностью 0,6 перейти в состояние E3. Состояние E3 означает 4500 уе убытков. Из E3 система обязательно переходит в E1. Все переходы возможны один раз в сутки. Начальные вероятности $p(0) = (0,5 \ 0,3 \ 0,2)$. Изобразить граф системы, записать матрицу ее переходов. Найти вероятности состояний через сутки, через двое. Найти предельные вероятности для состояний данной системы, вычислить процентное соотношение времен нахождения системы в каждом из состояний. Вычислить среднюю суточную прибыль системы.

2. Пусть $S(k)$ – координата частицы, блуждающей по целым точкам вещественной оси следующим способом: находясь в произвольной допустимой точке на оси, частица с вероятностью p сдвигается на 1 вправо, а с вероятностью q остается на месте, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$ и $S(0) = 0$. Нарисовать граф состояний. Провести классификацию состояний цепи Маркова.

3. Две автомашины А и В сдаются в аренду по одной и той же цене. Каждая из них может находиться в одном из двух состояний: E1 – машина работает хорошо, E2 – машина требует ремонта, которые образуют цепь Маркова. Матрицы вероятностей переходов между состояниями за сутки для этих машин даны. Определить финальные вероятности состояний для обеих автомашин. Какую автомашину стоит арендовать?

$$P_A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}, P_B = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Контрольные вопросы:

- 1.Граф состояний. Принципы построения.
- 2.Классификация состояний.
- 3.Граф состояний процессов гибели и размножения.
- 4.Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Примеры.
- 5.Вероятности состояний, переходные вероятности.
- 6.Финальные (предельные) вероятности. Стационарный режим цепи Маркова.
- 7.Матрица переходных вероятностей. Принципы построения.
- 8.Дискретная цепь Маркова. Система линейных уравнений для нахождения вероятностей состояний.
- 9.Дискретная цепь Маркова. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний.

Список источников и литературы:

1.Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.

2.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3.Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4.Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 3 (12 ч.) Марковские процессы с непрерывным временем

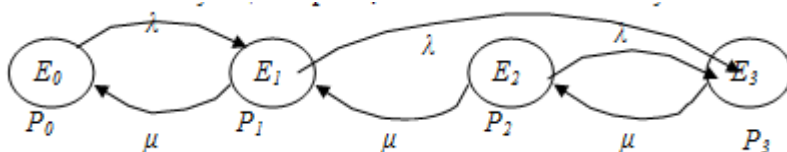
Цель занятия: освоение основных понятий непрерывных цепей Маркова и применение их в решении задач.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. Даны интенсивности переходов. Составить граф, составить систему уравнений для вероятностей состояний, найти предельные вероятности для состояний данной системы.

$$\lambda_{12} = 2, \lambda_{21} = 3, \lambda_{13} = 1, \lambda_{31} = 3, \lambda_{32} = 2, \lambda_{23} = 1$$

2. Марковский случайный процесс с четырьмя возможными состояниями E_0, E_1, E_2, E_3 задан графом переходов. Найти матрицу интенсивности переходов. Составить систему уравнений для вероятностей состояний, найти предельные вероятности для состояний данной системы.



Контрольные вопросы:

33. Непрерывная цепь Маркова. Определение, примеры.
34. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова.
35. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова.
36. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для непрерывной цепи Маркова.
37. Постановка задачи нахождения вероятностей состояний в непрерывной цепи Маркова.
38. Матрица интенсивностей. Правила построения.
39. Связь между матрицей интенсивностей и графом состояний.

Список источников и литературы:

1.Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.

2.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

Тема 4 (12 ч.) Случайные процессы. Обзор.

Цель занятия: обзор задач, встречающихся в теории случайных процессов.

Форма проведения – лекция и решение задач.

1. В бюро обслуживания в среднем поступает 12 заявок в час. Считая поток заказов простейшим, определить вероятность того, что: а) за 1 минуту не поступит ни одного заказа, б) за 10 минут поступит не более трех заказов.

2. В ресторан прибывает в среднем 20 посетителей в час. Считая поток посетителей простейшим, и зная, что ресторан открывается в 11.00, определите:

а) вероятность того, что в 11.12 в ресторан придет 20 посетителей при условии, что в 11.07 их было 18

б) вероятность того, что между 11.28 и 11.30 в ресторане появится новый посетитель, если известно, что предшествующий посетитель прибыл в 11.25.

3. В течение лекции примерно каждые 15 минут появляется новая формула. Считая поток новых формул простейшим, найти вероятности того, что: а) в течение получаса не будет новых формул, б) если в течение предыдущих 15 минут не было новых формул, то и в следующие 15 минут их не будет, в) в течение пары будет по крайней мере 2 новые формулы.

4. Среднее число бракованных деталей, изготавливаемых станком-автоматом в течение одного часа, равно 4. Смена начинается в 8:00. Найти вероятность того, что: а) до 12:00 автомат изготовит ровно 4 бракованные детали, б) с 9:00 до 9:30 автомат не сделает ни одной бракованной детали, в) если до 9:00 не было сделано ни одной бракованной детали, то до 9:15 будет хотя бы 2 бракованные детали.

5. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит: а) ровно 4 вызова, б) менее 4 вызовов, в) не менее 4 вызовов.

Контрольные вопросы:

1. Понятие потока событий.
2. Регулярный поток событий.
3. Некоторые свойства потоков событий.
4. Ординарность потока событий. Примеры.
5. Интенсивность потока событий.
6. Отсутствие последствия в потоке событий. Примеры.
7. Стационарность потока событий. Примеры.
8. Определение простейшего потока событий. Примеры.
9. Поток событий с ограниченным последствием.
10. Распределение промежутков времени между соседними событиями в потоке событий.
11. Распределение Пуассона.

Список источников и литературы:

1. Гмурман, В. Е. «Теория вероятностей и математическая статистика»: Учеб. пособие — 12-е изд., перераб.- М.: Юрайт, 2015.-479 с.

2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2013. - 404 с. : - ISBN 978-5-9916-2220-2

3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0.

4. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 320 с.

Материально-техническое обеспечение занятия: доска.

9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование раздела дисциплины	Кол-во часов	Вопросы для изучения	Литература
Понятие случайного процесса	10	Понятие случайного процесса. Примеры. Определение случайного процесса. Сечение случайного процесса. Реализация случайного процесса. Классификация случайных процессов. Понятие потока событий. Свойства потоков событий. Граф состояний. Классификация состояний.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 122-153) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. (с. 386-415)
Дискретные цепи Маркова	12	Марковский случайный процесс с дискретным временем и дискретными состояниями (цепи Маркова). Вероятности состояний, переходные вероятности. Предельные вероятности. Стационарный режим цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей. Однородные цепи Маркова. Уравнения Колмогорова-Чепмена.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 182-219) Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. (с. 83-98)
Марковские процессы с непрерывным временем	10	Марковский однородный процесс с непрерывным временем и дискретным множеством состояний. Поток вероятности непрерывной цепи Маркова. Размеченный граф состояний для непрерывной цепи Маркова. Система дифференциальных уравнений Колмогорова для непрерывной цепи Маркова.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 258-270)

		Стационарный режим непрерывной цепи Маркова. Матрица интенсивностей.	
Случайные процессы. Обзор.	10	Стационарные процессы в узком и широком смысле. Пуассоновский процесс. Процесс гибели и размножения.	Матальцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. (с. 156-167) Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. (с. 29-52)

9.3. Иные материалы

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория случайных процессов» входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1 дисциплин учебного плана по направлению подготовки 45.03.04 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Дисциплина реализуется на отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере в четвертом семестре.

Цель дисциплины: ознакомить студентов с математическими понятиями и средствами теории случайных процессов, которые могут использоваться, в частности, при статистической обработке данных, в теории массового обслуживания, исследовании операций. Целью курса является также обучение слушателей стилю математического моделирования с использованием современных понятий и методов теории случайных процессов.

Задачи:

- Ознакомить студентов с основными понятиями в области случайных процессов.
- Ознакомить с основными методами теории случайных процессов;
- Научить применять полученные теоретические знания на практике;
- Привлечь их внимания к богатому многообразию приложений.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- Основные понятия и теоремы теории вероятностей;
- Основные характеристики наиболее важных законов распределения случайных величин;
- Основные понятия теории случайных процессов;
- Основные типы случайных процессов;
- Основные способы построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений.

Уметь:

- Решать задачи анализа данных на компьютере;
- Использовать понятие случайного процесса при решении некоторых задач;
- Анализировать случайные процессы с дискретным и непрерывным временем;

Владеть:

- Навыками вычисления вероятностей случайных событий;
- Навыками вычисления основных числовых характеристик случайных величин;
- Навыками вычисления основных характеристик случайных процессов;
- Навыками решения уравнений Колмогорова-Чепмена;
- Навыками построения графов состояний случайных процессов;

- Навыками вычисления переходных, предельных вероятностей.
- способностью использовать математические методы в задачах

Рабочей программой предусмотрены следующие виды контроля: промежуточный контроль в форме контрольных работ и итоговый контроль в виде экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.