

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ  
Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

---

Разработка и программирование интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

---

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2024

**Математический анализ**

Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

Кандидат технических наук, доцент Л.О. Шашкин

.....

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ 6 от 08.02.2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	3	
1.1.	4	
1.2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
2.	6	
3.	7	
4.	8	
5.	12	
5.1	12	
5.2	13	
5.3	14	
6.	23	
6.1	23	
6.2	24	
7.	24	
8.	25	
9.	26	
9.1	26	
9.2	<b>Error! Bookmark not defined.</b>	
9.3	<b>Error! Bookmark not defined.</b>	

## 1. Пояснительная записка

### 1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины - обучение студентов теоретическим основам и практическим методам классического анализа, включая теорию пределов, дифференциальное и интегральное исчисление, теорию рядов, а также использованию методов математического анализа в построении и исследовании моделей естественнонаучных и социальных процессов.

Задачи дисциплины:

- формирование у студентов системы понятий и навыков, необходимых для дальнейшего углублённого изучения теоретических основ и практических методов построения систем искусственного интеллекта;
- изучение теории пределов числовых последовательностей и функций вещественного переменного;
- освоение основ дифференциального и интегрального исчисления;
- изучение теории числовых и степенных рядов;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять в профессиональной деятельности методы математического анализа, логики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в информатике, лингвистике и гуманитарных науках.	ОПК-1.1. Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования. ОПК-1.2. Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах. ОПК-1.3. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования в информатике	<i>Знать:</i> определение и основные свойства предела числовой последовательности и вещественной функции; определение и основные свойства непрерывных функций; определение производной и её физический и геометрический смысл; важнейшие свойства производной и первого дифференциала; определение первообразной и неопределённого интеграла; важнейшие свойства неопределённого интеграла; основы теории определённых интегралов (интеграл Римана), важнейшие свойства определённых интегралов и их геометрический смысл; связь между определённым и неопределённым интегралом (теореме Ньютона—Лейбница);

		<p>основы теории числовых рядов; основы теории степенных рядов; ряды Тейлора и Маклорена.</p> <p><i>Уметь:</i></p> <p>доказывать основные утверждения и теоремы, входящие в данный курс; анализировать вещественные функции одного аргумента на непрерывность, исследовать их разрывы; вычислять производные элементарных функций; осуществлять анализ функций одного вещественного переменного и строить их графики; вычислять неопределённые и определённые интегралы элементарных функций; вычислять площади фигур, длины дуг плоских кривых и объёмы тел вращения; исследовать ряды на сходимость; находить ряды Тейлора и Маклорена элементарных функций.</p> <p><i>Владеть:</i></p> <p>навыками построения и исследования простых математических моделей естественных и социальных процессов с использованием производных и интегралов, навыками анализа полученных моделей с целью формирования содержательных выводов о свойствах моделируемых систем</p>
--	--	---

ОПК-2. Способен к профессиональному росту и самосовершенствованию в области гуманитарных, социальных и лингвистических наук, а также в сфере техники и технологии информатики	ОПК-2.1. Знает методы доступа к информационным ресурсам. ОПК-2.2. Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования. ОПК-2.3. Имеет практический опыт работы с поисковыми машинами, справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.	<i>Знать:</i> основные принципы использования системы Wolfram Alpha для решения задач математического анализа. <i>Уметь:</i> вычислять пределы, производные элементарных функций, интегралы с использованием системы Wolfram Alpha. <i>Владеть:</i> навыками использования поисковых и библиотечных систем, систем компьютерной алгебры.
---	--	---

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математика и физика в объёме средней школы.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: дифференциальные уравнения и их приложения, теория вероятностей и статистика, вычислительная математика, методы обработки социологических данных, вычислительная лингвистика, введение в робототехнику.

## 2. Структура дисциплины<sup>1</sup>

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 академических часа.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объём дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	16
1	Семинары	40
2	Лекции	20
2	Семинары	34
Всего:		110

<sup>1</sup> При реализации образовательной программы на очно-заочной и заочной формах обучения, таблица составляется для каждой формы.

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 142 академических часа.

### 3. Содержание дисциплины<sup>2</sup>

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
<i>Первый семестр</i>		
1	Место математического анализа в системе естественнонаучных знаний. Введение в наивную теорию множеств. Эволюция понятия числа	
		1.1 О математическом анализе
		1.2 Множества, отображения, операции, обозначения
		1.3 Натуральные, целые, рациональные, алгебраические и вещественные числа. Плотность вещественных чисел. Евклидовы плоскость и пространство, декартовы и полярные координаты.
2	Теория пределов и непрерывность	
		2.1 Числовые последовательности и операции над ними
		2.2 Пределы числовых последовательностей. Единственность предела. Арифметические свойства пределов. Теорема о двух милиционерах. Предел монотонной последовательности, число $\varepsilon$ (второй замечательный предел). Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
		2.3 Пределы функций и их свойства. Эквивалентные бесконечно малые величины. Непрерывность в точке, свойства непрерывных функций. Разрывы и их типы. Непрерывность на отрезке, свойства непрерывных на отрезке функций. Непрерывность элементарных функций. Решение уравнений $f(x) = 0$ методом половинного деления.
3	Дифференциальное исчисление	
		3.1 Дифференцируемость в точке, первый дифференциал и первая производная. Геометрический и физический смысл первой производной.

		3.2 Основные свойства дифференцируемых функций, теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Связь производных с алгебраическими операциями над функциями, производная обратной и сложной функции. Производные элементарных функций. Высшие производные. Формулы Тейлора и Маклорена
		3.3 Вычисление производных в полярных координатах. Производные функций, заданных неявно и параметрически.
		3.4 Решение уравнений $f(x) = 0$ методом Ньютона. Вычисление пределов с помощью правила Лопитала
		3.5 Схема исследования функций одного вещественного переменного и построение их графиков. Задачи на экстремумы
<b>Второй семестр</b>		
<b>4</b>	<b>Интегральное исчисление</b>	
		4.1 Задачи, приводящие к интегрированию. Первообразная, неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Замена переменных в неопределённом интеграле, интегрирование по частям. Таблица интегралов элементарных функций
		4.2 Интегрирование некоторых классов элементарных функций
		4.3 Задача о площади, определённый интеграл, суммы Римана и суммы Дарбу основные свойства, теорема Ньютона—Лейбница, замена переменных в определённом интеграле, теоремы о среднем
		4.4 Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг плоских кривых и объёмов тел вращения
		4.5 Несобственные интегралы. Признаки сходимости
		4.6 Приближённое вычисление определённого интеграла: методы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности
<b>5</b>	<b>Теория рядов</b>	
		5.1 Числовые ряды, сходимость. Признаки сходимости числовых рядов: необходимый признак сходимости, признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Сходимость знакопеременных рядов
		5.2 Степенные ряды. Признаки сходимости. Радиус сходимости
		5.3 Ряды Тейлора и Маклорена. Остаточный член в форме Лагранжа и Коши. Разложение элементарных функций в степенные ряды



#### 4. Образовательные технологии<sup>3</sup>

<i>№ п/ п</i>	<i>Наименование раздела</i>	<i>Виды учебной работы</i>	<i>Информационные и образовательные технологии</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>
1	Место математического анализа в системе естественнонаучных знаний. Введение в наивную теорию множеств. Эволюция понятия числа	Лекция 1. Семинар 1. Самостоятельная работа	Вводная лекция. Семинар-обсуждение. Работа с электронным конспектом и интернет-ресурсами. Консультирование посредством электронной почты
2	Теория пределов и непрерывность	Лекция 2 Семинар 2 Семинар 3 Лекция 3 Семинар 4 Семинар 5 Лекция 4 Семинар 6 Семинар 7 Семинар 8 Семинар 9 Семинар 10 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Лекция-обсуждение. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Практическое занятие. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём

<sup>3</sup> В разделе указываются образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебных занятий для наиболее эффективного освоения дисциплины. При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (*модулей*) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учётом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей (п.34. Приказ №301).

			домашних заданий посредством электронной почты
3	Дифференциальное исчисление	<p>Лекция 5</p> <p>Семинар 11</p> <p>Лекция 6</p> <p>Семинар 12</p> <p>Семинар 13</p> <p>Лекция 7</p> <p>Семинар 14</p> <p>Семинар 15</p> <p>Лекция 8</p> <p>Семинар 16</p> <p>Семинар 17</p> <p>Семинар 18</p> <p>Семинар 19</p> <p>Семинар 20</p> <p>Самостоятельная работа</p>	<p>Теоретическая лекция.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Теоретическая лекция.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Теоретическая лекция</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Теоретическая лекция</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Практическое занятие.</p> <p>Практическое занятие.</p> <p>Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами.</p> <p>Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты</p>
4	Интегральное исчисление	<p>Лекция 1</p> <p>Семинар 1</p> <p>Лекция 2</p> <p>Семинар 2</p> <p>Семинар 3</p> <p>Семинар 4</p> <p>Лекция 3</p>	<p>Теоретическая лекция.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Теоретическая лекция.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.</p> <p>Теоретическая лекция.</p>

		Семинар 5	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 6	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 7	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 8	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 9	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 10	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 11	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 12 Самостоятельная работа	Практическое занятие. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
5	Теория рядов	Лекция 4	Теоретическая лекция.
		Семинар 13	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 14	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Лекция 5	Лекция-обсуждение.
		Семинар 15	Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач.
		Семинар 16	Практическое занятие.
		Самостоятельная работа	Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и

дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания<sup>4</sup>

#### Первый семестр

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
● опрос	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 2.1—2.3)	5 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 2.1—2.3)	10 баллов	10 баллов
● дом. задание (темы 3.1—3.5)	10 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 3.1—3.5)	10 баллов	10 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов
<b>Итого за семестр</b>		<b>100 баллов</b>

#### Второй семестр

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
● опрос	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 5.1—5.6)	5 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 5.1—5.6)	10 баллов	10 баллов
● дом. задание (темы 6.1—6.3)	10 баллов	10 баллов
● контр. работа (темы 6.1—6.3)	10 баллов	10 баллов

<sup>4</sup> Система оценивания выстраивается в соответствии с учебным планом, где определены формы промежуточной аттестации (зачёт/зачёт с оценкой/экзамен), и структурой дисциплины, где определены формы текущего контроля. Указывается распределение баллов по формам текущего контроля и промежуточной аттестации, сроки отчётности.

Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов
<b>Итого за семестр</b>		<b>100 баллов</b>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно		не зачтено
0 – 19		F	

## 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине<sup>5</sup>

#### 5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

##### Первый семестр.

- Начертите диаграммы Венна, соответствующие множествам  $(A \cup B) \cap C$ ,  $(A \cup B) \cap \bar{C}$ ,  $\bar{(A \cup B)}$ ,  $\bar{(A \cap B)}$ ,  $\Delta(A \cap B)$ ,  $\Delta(A \cap B)$ .
- Докажите, что уравнение  $x^2 = 11$  не имеет рациональных корней.
- Вычислите полярные координаты точки  $A(-1,1)$ .
- Вычислите декартовы координаты точки, полярные координаты которой суть  $\rho = 2, \varphi = \frac{3\pi}{4}$ .
- Пользуясь определением предела, докажите, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} = \frac{1}{2}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n}{4n^3 + 6}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 6n + 1}{n^6 + 9}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 7n - 1}{n^2 - n + 7}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n - 2} - \sqrt{n^2 + 1})$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{4n}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 7x + 2}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{1 - \cos x}$ .

<sup>5</sup> Приводятся примеры оценочных средств в соответствии со структурой дисциплины и системой контроля: варианты тестов, тематика письменных работ, примеры экзаменационных билетов, типовые задачи, кейсы и т.п. Оценочными средствами должны быть обеспечены все формы текущего контроля и промежуточной аттестации. Они должны быть ориентированы не только на проверку сформированности знаний, но также умений и владений.

14. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{4x} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{4x}$ .
15. Докажите, что функция  $y = \frac{x-2}{x+4} y = \frac{x-2}{x+4}$  непрерывна в точке  $x = 0$ .
16. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{x^4-1}{x^2-1} y = \frac{x^4-1}{x^2-1}$  и определите их тип.
17. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x + 1} y = \frac{1}{\operatorname{tg} x + 1}$  и определите их тип.
18. Пользуясь определением, вычислите производную функции  $y = x^2 y = x^2$ .
19. Вычислите дифференциал функции  $y = \sin x y = \sin x$  при  $x = \frac{\pi}{4} x = \frac{\pi}{4}$ .
20. Пусть закон движения материальной точки есть  $s = 3t^3 s = 3t^3$ , где расстояние  $s$  измеряется в метрах, а время  $t$  – в секундах. Какова скорость точки в момент времени  $t = 2$ ?
21. Выведите уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 1 y = x^2 - 1$  в точках её пересечения с осью абсцисс.
22. Вычислите производную функции  $y = \frac{x-2}{x^2+4} y = \frac{x-2}{x^2+4}$ .
23. Вычислите производную функции  $y = \operatorname{arctg}(1-x^2) y = \operatorname{arctg}(1-x^2)$ .
24. Вычислите производную функции  $y = \log_2(1-2^x) y = \log_2(1-2^x)$ .
25. Вычислите производную функции  $y = \sqrt[3]{(1+x^2) - \sin 3x} y = \sqrt[3]{(1+x^2) - \sin 3x}$ .
26. Вычислите производную функции  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\sin 2x} y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\sin 2x}$ .
27. Вычислите значение седьмой производной функции  $y = \sin 3x y = \sin 3x$  в точке  $x = 0$ .
28. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x = 2t + 1, y = e^{2t} x = 2t + 1, y = e^{2t}$ .
29. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x^2y + xy^2 + 3 = 0 x^2y + xy^2 + 3 = 0$ .
30. Найти уравнения нормали и касательной к графику функции  $y = x^2 + x + 1 y = x^2 + x + 1$  в точке  $x = 0$ .
31. С помощью метода касательных Ньютона вычислите  $\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{5}$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ .
32. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 5x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 5x}$ .
33. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x}{x^3 + 1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x}{x^3 + 1}$ .
34. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2 + x - 4}{x + 1} y = \frac{x^2 + x - 4}{x + 1}$  и постройте её график.
35. Постройте кривую, заданную параметрическими уравнениями  $x = 3e^t - 1, y = 1 - e^{-t} x = 3e^t - 1, y = 1 - e^{-t}$ .
36. Постройте кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 3 \sin 6\varphi \rho = 3 \sin 6\varphi$ .
37. Из квадратного листа картона со стороной 66 дм требуется сделать открытую прямоугольную коробку наибольшей вместимости, вырезав по углам квадраты и загнув выступы получившейся крестообразной фигуры.

### Второй семестр.

1. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{(x^2+2)(x^2-1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx \int \frac{(x^2+2)(x^2-1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ .
2. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \sin(1+4x) dx \int \sin(1+4x) dx$ .
3. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^2 e^{x^4} dx \int x^2 e^{x^4} dx$ .

4. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \operatorname{arctg}(2x + 1) dx$   $\int \operatorname{arctg}(2x + 1) dx$ .
5. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{x^5 + 4}{x^4 - 1} dx$   $\int \frac{x^5 + 4}{x^4 - 1} dx$ .
6. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^3 e^x dx$   $\int x^3 e^x dx$ .
7. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^1 (x^3 + 2x - 1) dx$   $\int_0^1 (x^3 + 2x - 1) dx$ .
8. Вычислите определённый интеграл  $\int_1^4 \ln x dx$   $\int_1^4 \ln x dx$ .
9. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$   $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ .
10. Вычислите определённый интеграл  $\int_1^2 x\sqrt{4-x^2} dx$   $\int_1^2 x\sqrt{4-x^2} dx$ .
11. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^{\pi} x \sin 2x dx$   $\int_0^{\pi} x \sin 2x dx$ .
12. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 4$   $y = x^2 - 4$  и  $y = 14 - x^2$   $y = 14 - x^2$ .
13. Вычислите площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли  $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$   $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ .
14. Найдите длину дуги астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4$   $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4$ .
15. Найдите длину дуги циклоиды  $x = 5(t - \sin t)$ ,  $y = 5(1 - \cos t)$   $x = 5(t - \sin t)$ ,  $y = 5(1 - \cos t)$ .
16. Вычислите объём тора, образованного вращением окружности  $(x - 4)^2 + y^2 = 1$   $(x - 4)^2 + y^2 = 1$  вокруг оси ординат.
17. Найдите объём эллипсоида, образованного вращением эллипса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$   $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  вокруг оси абсцисс.
18. Докажите, что интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$   $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$  сходится, и вычислите его.
19. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^4}}$   $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^4}}$ .
20. Вычислите длину дуги эллипса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$   $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ , расположенной в области  $x \geq 0$   $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$   $y \geq 0$ , методом прямоугольников, разбивая отрезок  $[0, 4]$   $[0, 4]$  на 10 равных частей. Оцените погрешность вычислений.
21. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+3)5^n}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+3)5^n}$ .
22. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n + 2}{n^2}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n + 2}{n^2}$ .
23. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(3n-1)}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(3n-1)}$ .
24. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ .
25. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n!}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n!}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.
26. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n3^{n-1}}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n3^{n-1}}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.



27. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n(n+1)}$  и исследуйте его сходимость на

концах интервала.

28. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \left(\frac{x}{3}\right)^n$  и исследуйте его

сходимость на концах интервала.

29. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{x}{x+1} y = \frac{x}{x+1}$ .

30. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{e^{-x} - e^x}{e^x + e^{-x}} y = \frac{e^{-x} - e^x}{e^x + e^{-x}}$ .

31. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \int_0^x t^3 e^{-t^2} dt y = \int_0^x t^3 e^{-t^2} dt$ .

32. Вычислите число  $e e$  с точностью 0,001 0,001, пользуясь разложением в ряд функции  $e^x e^x$ .

33. Сколько нужно взять членов ряда разложения функции  $\sin x \sin x$ , чтобы вычислить  $\sin 25^\circ \sin 25^\circ$  с точностью 0,001?

34. Разложить функцию  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 6x + 11 f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 6x + 11$  по степеням  $x - 2 x - 2$ .

### 5.3.2. Образцы заданий для контрольных работ

#### Первый семестр.

#### Контрольная работа № 1

##### Вариант 1

- Докажите, что  $\sqrt{7}\sqrt{7}$  не является рациональным числом.
- Начертите диаграммы Венна, соответствующую множеству  $A - (B \cup C) A - (B \cup C)$ .
- Вычислите полярные координаты точки  $A(1, -1) A(1, -1)$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 + n}{7n^7 + 8} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 + n}{7n^7 + 8}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{4n} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{4n}$ .
- Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} y = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$  и определите их тип.
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{1 - \cos 2x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{1 - \cos 2x}$ .
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\operatorname{ctg} x} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\operatorname{ctg} x}$ .

##### Вариант 2

- Докажите, что уравнение  $x^2 = 13 x^2 = 13$  не имеет рациональных корней.
- Начертите диаграммы Венна, соответствующую множеству  $A - (B \cap C) A - (B \cap C)$ .
- Вычислите декартовы координаты точки, полярные координаты которой суть  $\rho = 5, \varphi = \frac{\pi}{4}$   
 $\rho = 5, \varphi = \frac{\pi}{4}$ .

4. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + n}{2n^5 + 6} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + n}{2n^5 + 6}$ .

5. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{5n} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{5n}$ .

6. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1} y = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$  и определите их тип.

7. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 5x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 5x}$ .

8. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{2x} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{2x}$ .

##### Вариант 3

- Докажите, что  $\sqrt{17}\sqrt{17}$  не является рациональным числом.
- Начертите диаграммы Венна, соответствующую множеству  $B \cup (A \Delta C) \cup (A \Delta C)$ .
- Вычислите декартовы координаты точки, полярные координаты которой суть  $\rho = 7, \varphi = -\frac{3\pi}{4}$ .

4. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + n - 2}{4n^3 + 6} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + n - 2}{4n^3 + 6}$ .

5. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3n}\right)^n \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3n}\right)^n$ .

6. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$  и определите их тип.

7. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x^2} - 1}{\cos 3x - 1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x^2} - 1}{\cos 3x - 1}$ .

8. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{x^2+1}\right)^{x^2} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{x^2+1}\right)^{x^2}$ .

#### Вариант 4

- Докажите, что уравнение  $x^2 = 19$  не имеет рациональных корней.
- Начертите диаграммы Венна, соответствующую множеству  $C \cap (B - A) \cup C \cap (B - A)$ .

3. Вычислите полярные координаты точки  $A(-1, -1)$ .

4. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 + n}{4n^4 + n - 1} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 + n}{4n^4 + n - 1}$ .

5. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{n}\right)^{2n} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{n}\right)^{2n}$ .

6. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1}$  и определите их тип.

7. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1-x^2)}{\operatorname{tg}(x^2)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1-x^2)}{\operatorname{tg}(x^2)}$ .

8. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x - 1}) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 4x - 1})$ .

#### Контрольная работа № 2

##### Вариант 1

1. Вычислите производную функции  $y = \arccos \sqrt{1-x}$ .

2. Вычислите производную функции  $y = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\sin 2x}$ .

3. Найти уравнения нормали и касательной к графику функции  $y = x^2 + 2x + 1$  в точке  $x = 0$ .

4. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x = 3t + 1, y = e^{-2t}$ .

5. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 7x}{\ln \cos 5x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 7x}{\ln \cos 5x}$ .

6. Исследуйте функцию  $y = \frac{2x^2 + x - 4}{x - 2}$  и постройте её график.

7. Постройте кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 2 \sin 5\varphi$ .

##### Вариант 2

1. Вычислите производную функции  $y = \ln(1 - e^{2x})$ .

2. Вычислите производную функции  $y = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^{3x}$ .

3. Найти уравнения нормали и касательной к графику функции  $y = 2x^2 + x + 1$  в точке  $x = 1$ .

4. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x^2y + xy^2 + 3 = 0$ .

5. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$ .

6. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2 + x - 6}{2x + 1}$  и постройте её график.
7. Постройте кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 3 \cos 4\varphi$ .

#### Вариант 3

1. Вычислите производную функции  $y = \operatorname{arccotg}(\sqrt{x} - 1)$ .
2. Вычислите производную функции  $y = \left(x - \frac{1}{\ln x}\right)^{x^2}$ .
3. Найти уравнения нормали и касательной к графику функции  $y = x^2 + x + 7$  в точке  $x = 2$ .
4. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x = 2t - 1, y = e^{2t}$ .
5. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 9x}$ .
6. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2 + 5x - 2}{x + 4}$  и постройте её график.
7. Постройте кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 5 \sin 4\varphi$ .

#### Вариант 4

1. Вычислите производную функции  $y = \operatorname{tg}\left(1 - \frac{2}{x}\right)$ .
2. Вычислите производную функции  $y = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^{\operatorname{ctg} x}$ .
3. Найти уравнения нормали и касательной к графику функции  $y = x^2 + 3x + 1$  в точке  $x = -1$ .
4. Найдите производные  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x^3y + xy^3 + 3 = 0$ .
5. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\cos 2x - 1}$ .
6. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2 + 5x - 4}{3x + 1}$  и постройте её график.
7. Постройте кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 2 \cos 6\varphi$ .

### Второй семестр.

#### Контрольная работа № 1

##### Вариант 1

1. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{(x^2 + 1)(x - 1)}{\sqrt[3]{x^5}} dx$ .
2. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^2 e^{2x} dx$ .
3. Вычислите определённый интеграл  $\int_1^2 \left(x^3 - x + \frac{2}{x + 3}\right) dx$ .
4. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$ .
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 2$  и  $y = 6 - x^2$ .
6. Найдите длину дуги астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 16$ .
7. Вычислите объём тора, образованного вращением окружности  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$  вокруг оси ординат.
8. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - x^4}}$ .

##### Вариант 2

1. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{(1-x^3)(1+x)}{\sqrt[5]{x^3}} dx$   $\int \frac{(1-x^3)(1+x)}{\sqrt[5]{x^3}} dx$ .
2. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^2 \sin 2x dx$   $\int x^2 \sin 2x dx$ .
3. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^2 \left(x + \frac{1}{x+1}\right) dx$   $\int_0^2 \left(x + \frac{1}{x+1}\right) dx$ .
4. Вычислите определённый интеграл  $\int_{-1}^1 \arccos x dx$   $\int_{-1}^1 \arccos x dx$ .
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 3$  и  $y = 15 - x^2$ .
6. Найдите длину дуги циклоиды  $x = 7(t - \sin t), y = 7(1 - \cos t)$ .
7. Найдите объём эллипсоида, образованного вращением эллипса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$  вокруг оси абсцисс.
8. Вычислите длину дуги эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ , расположенной в области  $x \geq 0, y \geq 0$ , методом прямоугольников, разбивая отрезок  $[0,5]$  на 10 равных частей. Оцените погрешность вычислений.

### Вариант 3

1. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{(x^2+2)(1-x^2)}{\sqrt[4]{x^7}} dx$   $\int \frac{(x^2+2)(1-x^2)}{\sqrt[4]{x^7}} dx$ .
2. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^2 e^{-3x} dx$   $\int x^2 e^{-3x} dx$ .
3. Вычислите определённый интеграл  $\int_{-1}^0 \left(\frac{x}{x-1} + 2x^2\right) dx$   $\int_{-1}^0 \left(\frac{x}{x-1} + 2x^2\right) dx$ .
4. Вычислите определённый интеграл  $\int_1^2 \ln x dx$   $\int_1^2 \ln x dx$ .
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 4$  и  $y = 28 - x^2$ .
6. Найдите длину дуги астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 25$ .
7. Вычислите объём тора, образованного вращением окружности  $(x-5)^2 + y^2 = 1$  вокруг оси ординат.
8. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$ .

### Вариант 4

1. Вычислите неопределённый интеграл  $\int \frac{(1-x^3)(3-x)}{\sqrt[4]{x^3}} dx$   $\int \frac{(1-x^3)(3-x)}{\sqrt[4]{x^3}} dx$ .
2. Вычислите неопределённый интеграл  $\int x^2 \cos 3x dx$   $\int x^2 \cos 3x dx$ .
3. Вычислите определённый интеграл  $\int_{-2}^{-1} \left(x^3 + 3x - \frac{4}{x-5}\right) dx$   $\int_{-2}^{-1} \left(x^3 + 3x - \frac{4}{x-5}\right) dx$ .
4. Вычислите определённый интеграл  $\int_{-3}^3 x\sqrt{9-x^2} dx$   $\int_{-3}^3 x\sqrt{9-x^2} dx$ .
5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 - 40$  и  $y = 10 - x^2$ .
6. Найдите длину дуги циклоиды  $x = 8(t - \sin t), y = 8(1 - \cos t)$ .
7. Найдите объём эллипсоида, образованного вращением эллипса  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{64} = 1$  вокруг оси абсцисс.

8. Вычислите длину дуги эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  , расположенной в области  $x \geq 0$  ,  $y \geq 0$  , методом прямоугольников, разбивая отрезок  $[0,3]$  на 10 равных частей. Оцените погрешность вычислений.

## Контрольная работа № 2

### Вариант 1

- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+n+1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+n+1}$  .
- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{(n+1)2^n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{(n+1)2^n}$  .
- Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(3n+1)n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(3n+1)n!}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.
- Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n!}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.
- Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{x-2}{x+1} y = \frac{x-2}{x+1}$  .
- Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \int_1^x (1-t)^{\frac{1}{2}} \sin t dt y = \int_1^x (1-t)^{\frac{1}{2}} \sin t dt$  .
- Разложить функцию  $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 1 f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 1$  по степеням  $x+2$  .

### Вариант 2

- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n^3-2n+4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n^3-2n+4}$  .
- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)3^{-n}}{1+n^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)3^{-n}}{1+n^3}$  .
- Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(4n+3)n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(4n+3)n!}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.
- Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)n}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.
- Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{2x-1}{x+6} y = \frac{2x-1}{x+6}$  .
- Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \int_0^x t^{-4} \cos t dt y = \int_0^x t^{-4} \cos t dt$  .
- Разложить функцию  $f(x) = 2x^4 - 14x^3 + 2x^2 - 16x + 11 f(x) = 2x^4 - 14x^3 + 2x^2 - 16x + 11$  по степеням  $x-3$  .

### Вариант 3

- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-6n+9} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-6n+9}$  .
- Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n^3}{(n+2)4^n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n^3}{(n+2)4^n}$  .
- Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+6)n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+6)n!}$  и исследуйте его сходимость на концах интервала.

4. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+2)(n+1)}$  и исследуйте его

сходимость на концах интервала.

5. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{1-x}{1-6x}$   $y = \frac{1-x}{1-6x}$ .

6. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $\int_1^x te^{2t} dt$   $\int_1^x te^{2t} dt$

7. Разложить функцию  $f(x) = 3x^4 - 40x^3 + 12x^2 - 6x + 11$   $f(x) = 3x^4 - 40x^3 + 12x^2 - 6x + 11$  по степеням  $x + 6$   $x + 6$ .

#### Вариант 4

1. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^4 + 4n^2 + 2}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^4 + 4n^2 + 2}$ .

2. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-6)7^n}{n^3 + 5}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-6)7^n}{n^3 + 5}$ .

3. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(5n+4)n!}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(5n+4)n!}$  и исследуйте его сходимость

на концах интервала.

4. Найдите радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)(3n-1)}$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n+1)(3n-1)}$  и исследуйте его

сходимость на концах интервала.

5. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \frac{2x-7}{4x+1}$   $y = \frac{2x-7}{4x+1}$ .

6. Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $y = \int_1^x x^{-5}(1 - \sin 3x) dt$

$$y = \int_1^x x^{-5}(1 - \sin 3x) dt$$

7. Разложить функцию  $f(x) = 4x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 6x + 9$   $f(x) = 4x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 6x + 9$  по степеням  $x - 4$   $x - 4$ .

### 5.3.3. Список теоретических вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию

#### Первый семестр

1. Множества, отображения, операции над множествами, диаграммы Венна.
2. Евклидовы плоскость и пространство, декартовы и полярные координаты.
3. Числовые последовательности и операции над ними.
4. Пределы числовых последовательностей. Единственность предела. Арифметические свойства пределов.
5. Теорема о двух милиционерах. Предел монотонной последовательности, число  $e$  (второй замечательный предел).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства.
7. Пределы функций и их свойства.
8. Эквивалентные бесконечно малые величины.
9. Непрерывность в точке, свойства непрерывных функций. Разрывы и их типы.
10. Непрерывность на отрезке, свойства непрерывных на отрезке функций. Непрерывность элементарных функций.
11. Решение уравнений  $f(x) = 0$   $f(x) = 0$  методом половинного деления.
12. Дифференцируемость в точке, первый дифференциал и первая производная.
13. Геометрический и физический смысл первой производной.
14. Основные свойства дифференцируемых функций, теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
15. Связь производных с алгебраическими операциями над функциями, производная обратной и сложной функции.

16. Производные элементарных функций.
17. Высшие производные. Формулы Тейлора и Маклорена.
18. Вычисление производных в полярных координатах. Производные функций, заданных неявно и параметрически.
19. Решение уравнений  $f(x) = 0$  методом касательных Ньютона.
20. Вычисление пределов с помощью правила Лопитала.
21. Схема исследования функций одного вещественного переменного и построение их графиков.
22. Решение задач на экстремумы с помощью дифференциального исчисления.

## Второй семестр

1. Задачи, приводящие к интегрированию. Первообразная, неопределённый интеграл.
2. Свойства неопределённого интеграла. Замена переменных в неопределённом интеграле, интегрирование по частям.
3. Интегралы элементарных функций.
4. Интегрирование некоторых классов элементарных функций.
5. Задача о площади, определённый интеграл, суммы Римана и суммы Дарбу основные свойства.
6. Теорема Ньютона—Лейбница.
7. Замена переменных в определённом интеграле.
8. Теоремы о среднем.
9. Вычисление площадей плоских фигур.
10. Вычисление длин дуг плоских кривых.
11. Вычисление объёмов тел вращения.
12. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
13. Приближённое вычисление определённого интеграла: методы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.
14. Числовые ряды, сходимость. Признаки сходимости числовых рядов: необходимый признак сходимости.
15. Признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
16. Сходимость знакопеременных рядов. Абсолютная сходимость.
17. Степенные ряды. Признаки сходимости. Радиус сходимости.
18. Ряды Тейлора и Маклорена. Остаточный член в форме Лагранжа и Коши.
19. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
20. Приближённые вычисления с помощью степенных рядов.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы<sup>6</sup>

#### а) Основная литература

1. Шипачев Виктор Семенович. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебник / Шипачев Виктор Семенович ; В. С. Шипачев. - Москва : Инфра-М, 2015. - 479 с. - (Высшее образование). - Предм. указ.: с. 455-462. - ISBN 978-5-16-010072-2. - ISBN 978-5-16-101787-6.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720>
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов М.: ООО "Астрель", 2004. - 495 с. <https://e.lanbook.com/book/153688>

<sup>6</sup> Рекомендуется включать в списки издания из ЭБС и не более 15 печатных изданий.



3. Протасов, Ю. М. **Математический анализ** [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Протасов. - М.: Флинта : Наука, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 (Флинта), ISBN 978-5-02-037708-0 (Наука).  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=455635>

б) *Дополнительная литература*

1. **Письменный** Дмитрий Трофимович.  
**Конспект лекций по высшей математике** : [полный курс] / **Письменный** Дмитрий Трофимович ; Д. Т. **Письменный**. - 11-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2013. - 602, [1] с. : рис. ; 22 см. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-4866-7 : 258.00.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. В двух томах. М., «Лань», 2002.

**6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».**

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Математический\\_анализ](http://ru.wikipedia.org/wiki/Математический_анализ)  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/Наивная\\_теория\\_множеств](https://ru.wikipedia.org/wiki/Наивная_теория_множеств)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Вещественное\\_число](http://ru.wikipedia.org/wiki/Вещественное_число)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел\\_числовой\\_последовательности](http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_числовой_последовательности)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_функции)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Непрерывная\\_функция](http://ru.wikipedia.org/wiki/Непрерывная_функция)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная_функции)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал\\_\(математика\)](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал_(математика))  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная\\_система\\_координат](http://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная_система_координат)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\\_Ньютона](http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Ньютона)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Правило\\_Лопитала](http://ru.wikipedia.org/wiki/Правило_Лопитала)  
<http://ru.wikipedia.org/wiki/Экстремум>  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное_исчисление)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Неопределенный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Неопределенный_интеграл)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Определенный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Определенный_интеграл)  
<http://ru.wikipedia.org/wiki/Площадь>  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Длина\\_кривой](http://ru.wikipedia.org/wiki/Длина_кривой)  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/Тела\\_вращения](https://ru.wikipedia.org/wiki/Тела_вращения)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Несобственный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Несобственный_интеграл)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Численное\\_интегрирование](http://ru.wikipedia.org/wiki/Численное_интегрирование)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Сумма\\_ряда](http://ru.wikipedia.org/wiki/Сумма_ряда)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Степенной\\_ряд](http://ru.wikipedia.org/wiki/Степенной_ряд)  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Ряд\\_Тейлора](http://ru.wikipedia.org/wiki/Ряд_Тейлора)  
<http://www.wolframalpha.com/>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)  
Электронная библиотека Grebennikon.ru [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru)  
Cambridge University Press  
ProQuest Dissertation & Theses Global  
SAGE Journals  
Taylor and Francis  
JSTOR

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**



Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории с доской, оснащённые компьютером и проектором для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы<sup>7</sup>

### 9.1 Планы семинарских/ практических/ лабораторных занятий<sup>8</sup>

*Тема 1 (1 ч.) Место математического анализа в системе естественно-научных знаний. Множества, отображения, операции, обозначения*

*Цель занятия:* обсудить основные темы, которые будут изучаться в курсе математического анализа, их место в системе дисциплин и роль в решении практических задач. Ввести основные обозначения.

Форма проведения – обсуждение, опрос.

Вопросы для обсуждения:

1. Как содержательные задачи, возникающие в реальной жизни, переводятся на формальный язык математического анализа уравнений (построение математических моделей)?
2. В каких дисциплинах используются аппарат и результаты математического анализа?
3. Какую роль играет наивная теория множеств при изучении математического анализа (и других дисциплин)?

Контрольные вопросы:

1. Привести содержательные примеры множеств и их отображений.
2. Привести примеры рефлексивных, симметричных и транзитивных отношений.
3. Привести примеры упорядоченных множеств.
4. Начертить диаграммы Венна, соответствующие операциям  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \cap B$ ,  $\neg A$ ,  $\neg A$ ,  $A \Delta B$ ,  $\Delta B$ ,  $A - B$ ,  $A - B$ .

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс;
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Математический\\_анализ](http://ru.wikipedia.org/wiki/Математический_анализ)

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Наивная\\_теория\\_множеств](https://ru.wikipedia.org/wiki/Наивная_теория_множеств)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

<sup>7</sup> Методические материалы по дисциплине могут входить в состав рабочей программы, либо разрабатываться отдельным документом.

<sup>8</sup> План занятий строится в соответствии со структурой дисциплины (п.2). Разделы плана включают: название темы, количество часов, форму проведения занятия, его содержание (вопросы для обсуждения, задания, контрольные вопросы, кейсы и т.п.), список литературы. При необходимости, планы практических и лабораторных занятий могут содержать указания по выполнению заданий и требования к материально-техническому обеспечению занятия.

Тема 2 (1 ч.) *Натуральные, целые, рациональные, алгебраические и вещественные числа. Плотность вещественных чисел. Евклидовы плоскость и пространство, декартовы и полярные координаты.*

Цель занятия: дать обзор эволюции понятия числа, дать математически строгое и интуитивно понятное определение вещественных чисел.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое несоизмеримые отрезки?
2. В каких задачах возникают иррациональные числа?
3. Что такое сечения Дедекинда?
4. Почему вещественных чисел «больше», чем алгебраических?
5. Вычислить полярные координаты точки, имеющей декартовы координаты  $(-1,1)(-1,1)$ .

Контрольные вопросы:

1. Доказать, что диагональ прямоугольника со сторонами  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{3}$  несоизмерима с его сторонами.
2. Доказать, что  $\sqrt{7}\sqrt{7}$  не является рациональным числом.
3. Доказать, что множество вещественных чисел не является счётным.

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс;
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Вещественное\\_число](http://ru.wikipedia.org/wiki/Вещественное_число)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 3 (8 ч.) *Числовые последовательности и операции над ними. Пределы числовых последовательностей. Единственность предела. Арифметические свойства пределов. Теорема о двух милиционерах. Предел монотонной последовательности, число  $e$  (второй замечательный предел). Бесконечно малые и бесконечно большие величины*

Цель занятия: определить понятие числовой последовательности и её предела, сформулировать и доказать основные свойства пределов числовых последовательностей, освоить навыки вычисления пределов.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое числовая последовательность?
2. Что такое предел числовой последовательности?
3. Сформулируйте основные теоремы о пределах числовых последовательностей.
4. Что такое бесконечно малая и бесконечно большая величина?

Контрольные вопросы:

1. Пользуясь определением предела, докажите, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ .
2. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n^2 + 9}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n^2 + 9}$ .
3. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n + 9}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n + 9}$ .
4. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 5}{n^2 + 9}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 5}{n^2 + 9}$ .
5. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$ .
6. Вычислите предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{2n}$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{2n}$ .

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел\\_числовой\\_последовательности](http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_числовой_последовательности)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 4 (10 ч.) Пределы функций и их свойства. Эквивалентные бесконечно малые величины. Непрерывность в точке, свойства непрерывных функций. Разрывы и их типы. Непрерывность на отрезке, свойства непрерывных на отрезке функций. Непрерывность элементарных функций. Решение уравнений  $f(x) = 0$  методом половинного деления.*

Цель занятия: Ознакомиться с понятием предела функции одного вещественного переменного и освоить навыки вычисления пределов. Ввести понятие непрерывности функции в точке и научиться исследовать функции на непрерывность, а также определять типы разрывов.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое предел функции в точке?
2. Что такое предел функции на бесконечности?
3. Каковы основные свойства пределов функции?
4. Что такое эквивалентные бесконечно малые величины? Каковы наиболее распространённые эквивалентности?
5. Что такое функция, непрерывная в точке и на интервале?
6. Каковы основные свойства непрерывных функций?

Контрольные вопросы:

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$ .
2. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$ .
3. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ .
4. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$ .
5. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1-\cos 5x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1-\cos 5x}$ .
6. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$ .
7. Докажите, что функция  $\sin x \sin x$  непрерывна во всех точках области определения.
8. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{|x|}{x} y = \frac{|x|}{x}$  и определите их тип.
9. Найдите точки разрыва функции  $y = \tan x y = \tan x$  и определите их тип.
10. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{x-1}{x^2-1} y = \frac{x-1}{x^2-1}$  и определите их тип.
11. Найдите точки разрыва функции  $y = \frac{\sin x}{x} y = \frac{\sin x}{x}$  и определите их тип.
12. Методом половинного деления решите уравнение  $\sin x = 1 \sin x = 1$  на отрезке  $[1,2][1,2]$  с точностью до первого знака после запятой.

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.

2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Непрерывная\\_функция](http://ru.wikipedia.org/wiki/Непрерывная_функция)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_функции)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 5 (2 ч.) Дифференцируемость в точке, первый дифференциал и первая производная. Геометрический и физический смысл первой производной.*

Цель занятия: ввести понятие первой производной функций одного вещественного переменного, обсудить роль этого понятия в анализе и его приложениях.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое первый дифференциал и как он связан с первой производной?
2. Приведите примеры дифференцируемых и не дифференцируемых функций.
3. Каков геометрический смысл первой производной?
4. Каков механический смысл первой производной?

Контрольные вопросы:

1. Пользуясь определением, вычислите производную функции  $y = x^2$   $y = x^2$
2. Пользуясь определением, вычислите производную функции  $y = e^x$   $y = e^x$
3. Пользуясь определением, вычислите производную функции  $y = \sin x$   $y = \sin x$ .
4. Вычислите дифференциал функции  $y = \cos x$   $y = \cos x$  при  $x = \frac{\pi}{2}$   $x = \frac{\pi}{2}$ .
5. Пусть закон движения материальной точки есть  $s = 3t^2$   $s = 3t^2$ , где расстояние  $s$   $s$  измеряется в метрах, а время  $t$   $t = 3$  – в секундах. Какова скорость точки в момент времени  $t = 3$   $t = 3$  ?
6. Вывести уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 1$   $y = x^2 - 1$  в точках её пересечения с осью абсцисс.

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная_функции)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал\\_\(математика\)](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал_(математика))

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 6 (4 ч.) Основные свойства дифференцируемых функций, теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Связь производных с алгебраическими операциями над функциями, производная обратной и сложной функции. Производные элементарных функций. Высшие производные.*

Цель занятия: Ознакомиться с основными свойствами производных, составить таблицу производных элементарных функций, выработать навыки вычисления первой и высших производных.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Вывести формулы для производных суммы, разности, произведения и частного функций.
2. Вывести формулы производной сложной и обратной функции.
3. Какова геометрическая интерпретация теорем Ролля, Лагранжа и Коши?
4. Составьте таблицу производных элементарных функций.
5. Вывести формулу Лейбница.

Контрольные вопросы:

1. Вычислить производную функции  $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 5x + 4} y = \frac{2x - 3}{x^2 - 5x + 4}$ .
2. Вычислить производную функции  $y = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin 2x + 3 \sec x} y = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin 2x + 3 \sec x}$ .
3. Вычислить производную функции  $y = \left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^3 y = \left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^3$ .
4. Вычислить производную функции  $y = 2e^x - \frac{x}{2} y = 2e^x - \frac{x}{2}$ .
5. Вычислить производную функции  $y = \log_{\sqrt{3}} x + \frac{2}{\ln x} y = \log_{\sqrt{3}} x + \frac{2}{\ln x}$ .
6. Вычислить производную функции  $y = \sin(1 + \cos[2x])$   
 $y = \sin(1 + \cos[2x])$ .
7. Вычислить производную функции  $y = \ln(1 + e^x) y = \ln(1 + e^x)$ .
8. Вычислить производную функции  $y = x^{\tan x} y = x^{\tan x}$ .
9. Вычислить значение пятой производной функции  $y = e^{2x} y = e^{2x}$  в точке  $x = 0$ .
10. Доказать, что вторая производная чётной функции – также чётная функция.

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная_функции)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал\\_\(математика\)](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциал_(математика))

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 7 (4 ч.) Вычисления в полярных координатах. Производные функций, заданных неявно и параметрически.*

Цель занятия: Освоить навыки вычислений производных при различных формах задания функциональных зависимостей.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Как перейти от записи функции в виде  $y = f(x) y = f(x)$  к её записи в полярных координатах и обратно.
2. Что такое параметрическое задание функциональной зависимости между величинами?



3. В каких задачах возникает неявное задание функциональных зависимостей? Каковы условия, обеспечивающие возможность перехода к явной зависимости? Контрольные вопросы:

1. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x = a \sin t$  ,  $y = a \cos t$

$y = a \cos t$ .

2. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $x = \ln t$  ,  $y = \frac{1}{1-t}$

3. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

4. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если  $y = x + \ln y$

5. Кривая задана в полярных координатах уравнением  $\rho = e^\varphi$ . Найти уравнение касательной при  $\varphi = \ln 2$

6. Кривая задана уравнением  $\rho = 2 \sin 3\varphi$ . Найти уравнение нормали при  $\varphi = \frac{\pi}{6}$

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная\\_функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/Производная_функции)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная\\_система\\_координат](http://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная_система_координат)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 8 (2 ч.) Решение уравнений  $f(x) = 0$  методом Ньютона. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья

Цель занятия: Освоить методы приближённого решения произвольных уравнений вида  $f(x) = 0$  методом Ньютона (методом касательных) и вычисления пределов с

помощью правил Лопиталья.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое итерационные методы решения уравнений?
2. Что такое интервал отделимости корня?
3. Как выбирается начальное приближение на интервале отделимости?
4. Каковы условия применимости правил Лопиталья?

Контрольные вопросы:

1. Используя метод Ньютона, решить уравнение  $x^3 = 2$  на отрезке  $[1,2]$  с точностью  $\varepsilon = 0,01$

2. Используя метод Ньютона, решить уравнение  $\sin x = 1$  на отрезке  $[1,2]$  с точностью  $\varepsilon = 0,01$ .

3. Найти общее решение уравнения  $\frac{d^5 y}{dx^5} - 2 \frac{d^4 y}{dx^4} + 2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 4 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0$ .

4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ .

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$ .

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ .

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin 2x)}{\ln(\sin 3x)}$ .

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ .

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$ .

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\\_Ньютона](http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Ньютона)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Правило\\_Лопитала](http://ru.wikipedia.org/wiki/Правило_Лопитала)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

Тема 9 (6 ч.) Схема исследования функций одного вещественного переменного и построение их графиков. Задачи на экстремумы.

Цель занятия: Выработать навыки построения графиков функций и кривых, заданных параметрически и в полярных координатах. Нучиться решать простейшие задачи на экстремумы.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Опишите схему исследования функции для построения её графика.
2. Каковы необходимые и достаточные условия существования максимума и минимума функции одного действительного переменного?

Контрольные вопросы:

1. Построить график функции  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ .

2. Построить график функции  $y = \frac{\ln|x|}{x}$ .

3. Построить график функции  $y = \frac{x^2 + 2x - 4}{x + 1}$ .

4. Построить кривую, заданную параметрически уравнениями  $x = t^2 - 2t$ ,  $y = t^2 + 2t$ .

5. Построить кривую, заданную параметрически уравнениями  $x = te^t$ ,  $y = te^{-t}$ .

6. Построить кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = \varphi$ .



7. Построить кривую, заданную в полярных координатах уравнением  $\rho = 2 \cos 4\varphi$ .
8. Какой из прямоугольников с заданным периметром имеет наибольшую площадь?
9. Из квадратного листа картона со стороной  $a$  требуется сделать открытую прямоугольную коробку наибольшей вместимости, вырезав по углам квадраты и загнув выступы получившейся крестообразной фигуры.
10. Какой из цилиндров с данным объёмом имеет наименьшую полную поверхность?

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_исчисление)

<http://ru.wikipedia.org/wiki/Экстремум>

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 10 (2 ч.) Задачи, приводящие к интегрированию. Первообразная, неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Замена переменных в неопределённом интеграле, интегрирование по частям. Таблица интегралов элементарных функций.*

Цель занятия: Ознакомиться с понятиями первообразной и неопределённого интеграла и их важнейшими свойствами, составить таблицу интегралов элементарных функций.

Форма проведения –опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

3. Что такое криволинейная трапеция?
4. Какова скорость изменения площади криволинейной трапеции при движении одной из её боковых сторон?
5. Что такое первообразная функции одного независимого переменного?
6. Что такое неопределённый интеграл и какова его связь с первообразной?

Контрольные вопросы:

1. Вычислить  $\int x^n dx$
2. Вычислить  $\int a^x dx$
3. Вычислить  $\int \sin x dx$
4. Вычислить  $\int \cos x dx$
5. Вычислить  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$
6. Вычислить  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$
7. Вычислить  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$
8. Вычислить  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.

3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/Неопределенный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/Неопределенный_интеграл)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 11 (6 ч.) Интегрирование некоторых классов элементарных функций.*

Цель занятия: Отработать навыки вычисления неопределённых интегралов от наиболее распространённых классов элементарных функций.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие свойства интеграла используются при вычислении интегралов вида  $\int f(ax + b)dx$ ?
2. Какие свойства используются при вычислении интегралов от тангенса и котангенса?
3. Какие свойства используются при вычислении интегралов от логарифма, арксинуса и арккосинуса?
4. Какие свойства используются при вычислении выражений вида  $x^n e^{ax}$ ,  $x^n \sin ax$ ,  $x^n \cos ax$ ?
5. Какие алгебраические свойства рациональных выражений лежат в основе их интегрирования?

Контрольные вопросы:

1. Вычислить интеграл  $\int \frac{(x^2 + 1)(x^3 - 1)}{\sqrt{x^3}} dx$ .
2. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x}} dx$ .
3. Вычислить интеграл  $\int x^2 e^{x^3} dx$ .
4. Вычислить интеграл  $\int x\sqrt{x - 1} dx$ .
5. Вычислить интеграл  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ .
6. Вычислить интеграл  $\int \log_2 x dx$ .
7. Вычислить интеграл  $\int x e^{4x} dx$ .
8. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{2x^2 - 5x + 7} dx$ .
9. Вычислить интеграл  $\int \frac{x dx}{(x - 1)(x + 1)^2} dx$ .
10. Вычислить интеграл  $\int \sin^{10} x \cos^3 x dx$ .
11. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x} dx$ .

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/Неопределенный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/Неопределенный_интеграл)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 12 (4 ч.) Задача о площади, определённый интеграл, суммы Римана и суммы Дарбу основные свойства, теорема Ньютона—Лейбница, замена переменных в определённом интеграле, теоремы о среднем*

Цель занятия: Ознакомить студентов с определением интеграла Римана и его основными свойствами, выработать навыки вычисления определённых интегралов.

Форма проведения –опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Дайте определение интеграла Римана от функции одного вещественного переменного.
2. Перечислите основные свойства интеграла Римана.
3. Сформулируйте и докажите теорему Ньютона—Лейбница. Каков её геометрический смысл?
4. Сформулируйте теоремы о среднем.

Контрольные вопросы:

1. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^2 (x^2 - 2x + 3) dx$   $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx$ .
2. Вычислите интеграл  $\int_{-2}^{-3} \frac{dx}{x^2 - 1}$   $\int_{-2}^{-3} \frac{dx}{x^2 - 1}$ .
3. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \varphi d\varphi$   $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \varphi d\varphi$ .
4. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$   $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$ .
5. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{x^5 dx}{x + 2}$   $\int_{-1}^1 \frac{x^5 dx}{x + 2}$ .
6. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$   $\int_1^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$ .
7. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$   $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ .

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Определённый\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Определённый_интеграл)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 13 (6 ч.) Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг плоских кривых и объёмов тел вращения.*

Цель занятия: Ознакомить студентов с понятием измеримости. Выработать навыки вычисления длин кривых, площадей плоских фигур и объёмов тел вращения.

Форма проведения –опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие аксиомы определяют понятие меры?

2. Что такое спрямляемая кривая?
3. Что такое квадратуемая фигура?
4. Что такое кубуемое тело?

Контрольные вопросы:

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  прямыми  $x = 1$

$x = 1$  и  $x = 3$  и осью абсцисс.

2. Пусть эллипс задан параметрически уравнениями  $x = a \sin t$ ,  $y = b \cos t$ . Найти его площадь.

3. Лемниската Бернулли задаётся в полярных координатах уравнением  $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$ . Найти площадь фигуры, ограниченной этой кривой.

4. Найти длину дуги астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ .

5. Найти длину одной арки циклоиды, заданной параметрически уравнениями  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .

6. Найти длину всей кардиоиды, которая в полярных координатах описывается уравнением  $r = a(1 + \cos \varphi)$ .

7. Вычислить объём тора, образованного вращением окружности  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$  вокруг оси ординат.

8. Найти объём эллипсоида, образованного вращением эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  вокруг оси абсцисс.

вокруг оси абсцисс.

Список источников и литературы:

1. Шипачев В.С., Высшая математика. Базовый курс.
2. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
3. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Определённый\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Определённый_интеграл)

<http://ru.wikipedia.org/wiki/Площадь>

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Длина\\_кривой](http://ru.wikipedia.org/wiki/Длина_кривой)

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Тела\\_вращения](https://ru.wikipedia.org/wiki/Тела_вращения)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 14 (4 ч.) Несобственные интегралы. Признаки сходимости.*

Цель занятия: Ознакомиться с понятием несобственного интеграла, методами исследования сходимости несобственных интегралов и их вычисления.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Дайте определение интеграла от неограниченной функции.
2. Дайте определение интеграла с бесконечными пределами.
3. Перечислите признаки сходимости несобственных интегралов.

Контрольные вопросы:

1. Почему интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$  является несобственным? Доказать его

расходимость.

2. Доказать, что интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  сходится и вычислить его.

3. Исследовать сходимость интеграла Эйлера—Пуассона  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}$ .

4. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$   $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$ .
5. Почему интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$   $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$  является несобственным? Доказать

его сходимость.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное\\_исчисление](http://ru.wikipedia.org/wiki/Интегральное_исчисление)

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Несобственный\\_интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/Несобственный_интеграл)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 15 (2 ч.) Приближённое вычисление определённого интеграла: методы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.*

Цель занятия: Ознакомить студентов с приближёнными методами вычисления определённых интегралов и выработать навыки практического применения этих методов.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие причины приводят к необходимости применения численных методов интегрирования элементарных функций? Приведите примеры «не берущихся» интегралов.
2. Опишите метод трапеций численного интегрирования. Проиллюстрируйте его графически.
3. Опишите метод прямоугольников численного интегрирования. Проиллюстрируйте его графически.

Контрольные вопросы:

1. Вычислить длину дуги эллипса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$   $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ , расположенной в области  $x \geq 0$   $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$   $y \geq 0$ , методом прямоугольников, разбивая отрезок  $[0,2]$   $[0,2]$  на 10 равных частей. Оценить погрешность вычислений.
2. Вычислить длину дуги кубической параболы  $y = x^3$   $y = x^3$  при  $x \in [1,5]$   $x \in [1,5]$  методом трапеций, полагая  $h = 0,2$   $h = 0,2$ . Оценить погрешность вычислений.

Список источников и литературы :

1. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Численное\\_интегрирование](http://ru.wikipedia.org/wiki/Численное_интегрирование)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 16 (4 ч.) Числовые ряды, сходимость. Признаки сходимости числовых рядов: необходимый признак сходимости, признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Сходимость знакопеременных рядов.*

Цель занятия: Дать представление о числовых рядах, их сходимости и сумме. Изучить признаки сходимости и освоить навыки применения этих признаков к анализу конкретных числовых рядов.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое числовой ряд, его частичные суммы и остаток ряда?
2. Какие ряды называются сходящимися?
3. Что такое положительные и знакопеременные ряды?
4. В чём состоит необходимый признак сходимости?
5. Сформулируйте признаки сравнения.
6. Сформулируйте признак Даламбера и радикальный признак Коши.
7. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
8. Сформулируйте интегральный признак Коши.

Контрольные вопросы:

1. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$ .
2. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ .
3. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ .
4. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - n}$ .
5. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}$ .
6. Пользуясь интегральным признаком Коши, исследуйте сходимость ряда Дирихле  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  в зависимости от значения параметра  $s$ .
7. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$ .
8. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ .

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Сумма\\_ряда](http://ru.wikipedia.org/wiki/Сумма_ряда)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 17 (4 ч.) Степенные ряды. Признаки сходимости. Радиус сходимости.*

Цель занятия: Ознакомить студентов с понятием функционального ряда и степенными рядами как важнейшим частным случаем. Освоить навыки исследования сходимости степенных рядов и определения радиуса их сходимости.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое функциональный ряд и область его сходимости?
2. Какие функциональные ряды называются степенными? Что такое радиус сходимости степенного ряда?
3. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенных рядов. Что можно сказать о сходимости степенных рядов внутри и на границах интервала сходимости?
4. Какие признаки используются для определения радиуса сходимости степенных рядов? Сформулируйте их и приведите примеры применения.

Контрольные вопросы:

1. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \sum_{n=1}^{\infty} x^n$  и исследовать сходимость на

концах интервала.

2. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  и исследовать сходимость на

концах интервала.

3. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$  и исследовать

сходимость на концах интервала.

4. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$  и

исследовать сходимость на концах интервала.

5. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n2^{n-1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n2^{n-1}}$  и исследовать

сходимость на концах интервала.

6. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$  и исследовать

сходимость на концах интервала.

7. Найти радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$  и исследовать

сходимость на концах интервала.

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
2. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Степенной\\_ряд](http://ru.wikipedia.org/wiki/Степенной_ряд)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.

*Тема 18 (2 ч.) Ряды Тейлора и Маклорена. Остаточный член в форме Лагранжа и Коши. Разложение элементарных функций в степенные ряды.*

Цель занятия: Освоить навыки разложения элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Научиться вычислять значения функций в точке с заданной точностью.

Форма проведения – опрос, решение задач.

Вопросы для обсуждения:

1. Каков общий вид членов ряда Тейлора (Маклорена) для функции, имеющей производные всех порядков?
2. Каков вид остаточного члена в форме Лагранжа?
3. Каков вид остаточного члена в форме Коши?
4. Приведите разложения в ряды Тейлора основных элементарных функций.

Контрольные вопросы:

1. Разложить гиперболический косинус  $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  в ряд по степеням

$x$ .

2. Разложить по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \frac{3}{(1-x)(1+2x)}$ .



3. Написать три первых отличных от нуля члена разложения по степеням  $x$  гиперболического тангенса  $\operatorname{th} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .
4. Разложить по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ .
5. Разложить функцию  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 2$  по степеням  $x + 4$ .
6. Вычислить число  $\frac{\pi\pi}{66}$  с точностью 0,001 при помощи разложения в ряд по степеням  $x$  функции  $\arcsin x$ .
7. Сколько нужно взять членов ряда  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \dots$ , чтобы вычислить  $\cos 18^\circ$  с точностью 0,001?

Список источников и литературы:

1. Демидович Б.П. (ред.). Задачи и упражнения.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Ряд\\_Тейлора](http://ru.wikipedia.org/wiki/Ряд_Тейлора)

Материально-техническое обеспечение занятия: доска, компьютер с доступом к сети «Интернет», проектор.



## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математический анализ» реализуется на Отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере.

Цель дисциплины - обучение студентов теоретическим основам и практическим методам классического анализа, включая теорию пределов, дифференциальное и интегральное исчисление, теорию рядов, а также использованию методов математического анализа в построении и исследовании моделей естественнонаучных и социальных процессов.

Задачи дисциплины:

- формирование у студентов системы понятий и навыков, необходимых для дальнейшего углублённого изучения теоретических основ и практических методов построения систем искусственного интеллекта;
- изучение теории пределов числовых последовательностей и функций вещественного переменного;
- освоение основ дифференциального и интегрального исчисления;
- изучение теории числовых и степенных рядов;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- определение и основные свойства предела числовой последовательности и вещественной функции;
- определение и основные свойства непрерывных функций;
- определение производной и её физический и геометрический смысл;
- важнейшие свойства производной и первого дифференциала;
- определение первообразной и неопределённого интеграла;
- важнейшие свойства неопределённого интеграла;
- основы теории определённых интегралов (интеграл Римана), важнейшие свойства определённых интегралов и их геометрический смысл;
- связь между определённым и неопределённым интегралом (теорему Ньютона—Лейбница);
- основы теории числовых рядов;
- основы теории степенных рядов;
- ряды Тейлора и Маклорена;
- основные принципы использования системы Wolfram Alpha для решения задач математического анализа.

●

Уметь:

- доказывать основные утверждения и теоремы, входящие в данный курс;
- анализировать вещественные функции одного аргумента на непрерывность, исследовать их разрывы;
- вычислять производные элементарных функций;
- осуществлять анализ функций одного вещественного переменного и строить их графики;
- вычислять неопределённые и определённые интегралы элементарных функций;
- вычислять площади фигур, длины дуг плоских кривых и объёмы тел вращения;
- исследовать ряды на сходимость;

- находить ряды Тейлора и Маклорена элементарных функций.
- вычислять пределы, производные элементарных функций, интегралы с использованием системы Wolfram Alpha.

Владеть:

- навыками построения и исследования простых математических моделей естественных и социальных процессов с использованием производных и интегралов, навыками анализа полученных моделей с целью формирования содержательных выводов о свойствах моделируемых систем;
- навыками использования поисковых и библиотечных систем, систем компьютерной алгебры.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена в первом семестре и зачета с оценкой во втором семестре.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 зачетных единиц.