

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГУГУ»)

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА  
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ  
Кафедра моделирования в экономике и управлении

## МАТЕМАТИКА

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

---

38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

---

Государственная и муниципальная служба

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная, очно-заочная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2024

*Математика*  
Рабочая программа дисциплины (модуля)

Составитель(и):

*Доцент Е.А. Куренкова*

.....

УТВЕРЖДЕНО  
Протокол заседания кафедры  
№ 7 от 29.02.2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Пояснительная записка .....	4
1.1.	Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....	4
1.3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
2.	Структура дисциплины .....	5
3.	Содержание дисциплины .....	6
4.	Образовательные технологии .....	<b>Ошибка! Залка не определена.</b>
5.	Оценка планируемых результатов обучения .....	10
5.1	Система оценивания .....	10
5.2	Критерии выставления оценки по дисциплине.....	12
5.3	Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	13
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	22
6.1	Список источников и литературы .....	22
6.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». ....	23
7.	Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	24
8.	Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов .....	24
9.	Методические материалы .....	25
9.1	Планы семинарских/ практических/ лабораторных занятий .....	25
9.2	Методические рекомендации по подготовке письменных работ .....	35
	Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины .....	37

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины –обеспечить общематематическую подготовку студентов, необходимую для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; выработать у студентов навыки логического мышления и формального обоснования принимаемых решений. Задачи дисциплины: - изучение основ математического аппарата; формирование навыков решения типовых математических задач; развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли; выработка навыков математического исследования теоретических и практических задач экономики и управления; формирование навыков выбора математического инструментария для построения моделей экономических процессов, анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1 Определяет цели собственной деятельности, оценивая пути их достижения с учетом ресурсов, условий, средств, временной перспективы развития деятельности и планируемых результатов	<i>Знать:</i> - основные определения, понятия и методы изучаемых разделов «Линейной алгебры» - методы анализа и решения систем линейных уравнений - методы решения равновесных моделей экономики; <i>Уметь:</i> - формулировать основные результаты изучаемых разделов; <i>Владеть:</i> - навыками применения современного математического инструментария для решения задач управления; - методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния, и прогноза развития экономических явлений и процессов управления;
	УК-6.2 Формулирует цели собственной деятельности, определяя пути их достижения с учетом ресурсов, условий, средств, временной перспективы развития деятельности и планируемых результатов	<i>Знать:</i> - основы «Математического анализа»: теорию пределов и непрерывности, дифференциальное и интегральное исчисления, методы исследования функций одной и двух переменных <i>Уметь:</i> - решать типовые математические задачи указанных разделов, а также

		применять полученные знания к исследованию прикладных задач экономики и управления; <i>Владеть:</i> - навыками применения современного математического инструментария для решения управленческих задач.
--	--	---

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина (*модуль*) «Математика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана. Дисциплина «Математика» состоит из двух частей:

Математика часть1 - «Линейная алгебра» проводится во 2 семестре,

Математика часть2 - «Математический анализ» проводится в 3 семестре.

В результате освоения дисциплины «Математика» формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Основы математического моделирования социально-экономических процессов», «Системный анализ в государственном управлении».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 академических часа (ов).

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
<b>1</b>	Лекции	<b>12</b>
<b>1</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>16</b>
	Всего:	<b>28</b>
<b>2</b>	Лекции	<b>20</b>
<b>2</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>22</b>
	Всего:	<b>42</b>

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 44 академических часа(ов) в 1 семестре и 66 во 2 семестре.

### Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
<b>1</b>	Лекции	<b>8</b>
<b>1</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>8</b>
	Всего:	<b>16</b>
<b>2</b>	Лекции	<b>12</b>

2	Семинары/лабораторные работы	12
Всего:		24

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 56 академических часа(ов) в 1 семестре и 84 в 2 семестре.

### 3. Содержание дисциплины

Содержание дисциплины Математика часть 1. «Линейная алгебра»

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Частные и общие решения. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).
2	Матрицы. Операции над матрицами.	Матрицы. Определение, примеры. Операции над матрицами, особенности алгебры матриц. Матричный полином. Основные свойства операций над матрицами. Некоммутативность умножения матриц. Транспонирование матриц.
3	Определитель матрицы. Миноры. Алгебраические дополнения.	Определители квадратных матриц: определение и основные свойства. Определитель матрицы 2, 3-го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды). Перестановки. Общая формула для вычисления определителей n-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
4	Обратные матрицы. Метод Крамера.	Обратные матрицы. Единственность Обратной матрицы. Свойства Обратной матрицы. Нахождение присоединенной матрицы. Алгоритм построения Обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы. Метод Крамера.
5	Ранг матрицы.	Ранг матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о ранге матрицы и ее следствия. Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
6	Общий метод решения системы линейных уравнений.	Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Решение неопределенных систем линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений

		однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.
7	Элементы Аналитической Геометрии.	Аналитическая геометрия на плоскости. Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Формула площади треугольника. Уравнение прямой на плоскости (различные формы). Определение угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности, условие параллельности прямых. Косоугольная система координат. Полярная система координат. Уравнение линии (кривой) 2-го порядка на плоскости.
8	Элементы векторной алгебры	Определение вектора. Векторная алгебра. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Скалярное произведение векторов. Условие ортогональности векторов. Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнение прямой в пространстве (различные формы). Общее уравнение плоскости. Определение угла между двумя плоскостями. Условие перпендикулярности, условие параллельности плоскостей
9	Линейные векторные пространства.	Векторные пространства: определение, примеры. Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Линейно независимые системы векторов и их свойства. Базис системы векторов. Ортонормированный базис. Разложение любого вектора по базису. Ранг системы векторов. n-мерные линейные пространства. Введение метрики. Свойства скалярного произведения.
10	Линейные операторы.	Линейные преобразования (операторы). Определения, примеры. Связь матриц Линейного оператора в различных базисах. Характеристическое уравнение матрицы Линейного преобразования.
11	Собственные числа и собственные векторы	Собственные значения и собственные вектора матрицы Линейного преобразования. Свойства собственных чисел и собственных векторов матрицы преобразования. Задача о нахождении равновесного вектора цен в Линейной Модели Обмена. Задача о нахождении равновесного вектора национальных доходов в Модели Международной бездефицитной торговли.

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	Элементы теории множеств	<p>Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.</p>
2	. Функция одной переменной. Основные понятия.	<p>Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Производственные функции. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.</p>
3	Числовые последовательности. Предел функции одной переменной.	<p>Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.</p> <p>Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений. Замечательные пределы и их следствия. Число <math>e</math> как предел последовательности. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.</p>
4	Непрерывность функции одной переменной.	<p>Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва и их классификации. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.</p>

5	<p>Производная и дифференциал функции одной переменной. Исследование функции одной переменной и построение графиков</p>	<p>Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталья–Бернулли. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.</p> <p>Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.</p>
6	<p>Функции нескольких переменных. Основные понятия производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Экстремумы функции двух переменных.</p>	<p>Понятие о метрическом пространстве. Характеристики области: открытая/замкнутая, ограниченная/неограниченная, связная/несвязная, выпуклая/невыпуклая. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания. Линия и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <p>Частные производные и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная. Производная по</p>

		<p>направлению. Градиент.</p> <p>Основные понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум.</p>
7	Первообразная и неопределенный интеграл.	<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, подведение под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.</p>
8	Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	<p>Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.</p> <p>Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.</p>

#### 4. Образовательные технологии

Для проведения учебных занятий по дисциплине используются различные образовательные технологии. Для организации учебного процесса может быть использовано электронное обучение и (или) дистанционные образовательные технологии.

#### 5. Оценка планируемых результатов обучения

##### 5.1 Система оценивания

В процессе изучения дисциплины проводится рейтинговый контроль знаний бакалавров в соответствии с Положением РГГУ о его проведении. Он предполагает учет результатов написания контрольной работы, результатов самостоятельной работы по выполнению домашних заданий, а также степени участия бакалавров в дискуссиях, при обсуждении проблемных вопросов на семинарских занятиях.

Система оценивания успеваемости студента очной формы обучения по дисциплине Математика часть1. «Линейная алгебра»

Общая оценка успеваемости студента очной формы обучения по дисциплине Математика часть1. «Линейная алгебра» выставляется за совокупный результат:

активного участия студента в семинарских занятиях, регулярного выполнения домашних заданий, написания экспресс - тестов по лекционному материалу (максимальное количество баллов – 13);

выполнения Контрольной работы №1 (максимальное количество баллов – 20);

выполнения Контрольной работы №2 (максимальное количество баллов – 12);

выполнения Контрольной работы №3 (максимальное количество баллов – 40);

подготовленности к Коллоквиуму по теоретическому материалу в письменно-устной форме (максимальное количество баллов - 15);

Вид работы	Баллы
Экспресс - тесты по лекционному материалу. Активность на семинарах, выполнение домашнего задания.	13
Контрольная работа №1	20
Контрольная работа №2	12
Контрольная работа №3	40
Коллоквиум по теоретическому материалу.	15

Максимально возможная сумма баллов, набираемых студентом в течение семестра, составляет - 100 баллов.

Контрольная работа №1, Контрольная работа №2 и Контрольная работа №3 (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала.

Каждый студент получает индивидуальный вариант Контрольных работ.

Коллоквиум по теоретическому материалу проводится в конце Семестра.

Система оценивания успеваемости студента очной формы обучения по дисциплине Математика часть2. «Математический анализ».

Общая оценка успеваемости студента очной формы обучения по дисциплине Математика часть2. «Математический анализ» выставляется за совокупный результат:

активного участия студента в семинарских занятиях, регулярного выполнения домашних заданий, написания экспресс - тестов по лекционному материалу (максимальное количество баллов – 20);

выполнения Контрольной работы №1 (максимальное количество баллов – 20);

выполнения Контрольной работы №2 (максимальное количество баллов – 20);

выполнения Итоговой контрольной работы (максимальное количество баллов – 40);

Вид работы	Баллы
Экспресс - тесты по лекционному материалу. Активность на семинарах, выполнение домашнего задания.	20
Контрольная работа №1	20
Контрольная работа №2	20
Итоговая контрольная работа	40

Максимально возможная сумма баллов, набираемых студентом в течение семестра, составляет - 100 баллов.

Контрольная работа №1, Контрольная работа №2 и Итоговая контрольная работа (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала.

Каждый студент получает индивидуальный вариант Контрольных работ.

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетворительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине Математика часть 1. «Линейная алгебра»

При оценивании экспресс-теста и участия в дискуссии на семинарском занятии учитываются:

- степень раскрытия темы выступления (0-2 балла)
- знание содержания обсуждаемых проблем, умение использовать ранее изученный теоретический материал и терминологию (0-2 балла).

Контрольные работы (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым практическим аспектам укрупненных тематик дисциплины и проводятся в течение семестра после их изучения.

Контрольная работа №1 и №3 содержат по 5 заданий. Контрольная работа №2 содержит 3 задания.

При проведении Коллоквиума студент должен ответить на 2 вопроса теоретического характера. При оценивании ответа на вопрос теоретического характера учитывается:

- теоретическое содержание освоено не полностью, знание материала носит фрагментарный характер, имеются явные ошибки в ответе (до 5 баллов);
- теоретическое содержание освоено частично, допущено не более двух-трех недочетов (до 10 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов (до 15 баллов);

#### Перечень тем Контрольных работ (в письменной форме) по курсу дисциплины Математика часть 1. «Линейная алгебра»

##### Контрольная работа №1.

Вычисление матричного полинома.

Вычисление определителей.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

в) методом нахождения Обратной матрицы.

с) методом Крамера.

Контрольная работа №2

Матричные уравнения.

Исследование систем линейных уравнений.

Решение неопределенных систем линейных уравнений.

Контрольная работа №3

1. Собственные значения Матрицы Линейного преобразования.
2. Собственные векторы Матрицы Линейного преобразования.
3. Базис системы векторов. Линейная зависимость векторов.
4. Уравнение прямой на плоскости (различные формы). Определение угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности, параллельности прямых.
5. Векторная Алгебра. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Формула площади треугольника.

**Перечень примерных вариантов Контрольных работ по курсу дисциплины Математика часть1. «Линейная алгебра»**Контрольная работа №1

1. Вычислить матричный полином  $P(A)$ , где  $p(x) = x^2 - 3x + 9$ ,

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

3. Посчитать Определитель матрицы системы из п.4
  - а) по Правилу Звезды (Правилу Треугольников)
  - в) разложением Определителя по строке (столбцу)
4. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы (Выписать Определитель системы, все Алгебраические дополнения, Присоединенную матрицу системы).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 15 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 11 \end{cases}$$

5. Решить систему уравнений из п.4 по правилу Крамера

Контрольная работа №2

1. Решить матричное уравнение:

$$X \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и неопределенность, не решая ее.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Решить систему методом Крамера. Выписать общее и одно частное решение.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}.$$

### Контрольная работа №3

1. Найти корни характеристического уравнения, т.е. собственные числа матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Найти собственные векторы матрицы A из п. 1  
 3. Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых L1 и L2. и параллельной (перпендикулярности) прямой L3. Найти угол между прямыми L1 и L2.  
 L1:  $x - 4y + 1 = 0$   
 L2:  $2x + y - 7 = 0$   
 L3:  $3x + 2y - 5 = 0$
5. В треугольнике ABC с вершинами A (1, 3), B (9, -3), C(-2, -1) найти: длины векторов AB и AC, длину медианы AM, уравнение высоты AR, уравнение биссектрисы AD, площадь треугольника ABC.

### **Перечень Контрольных вопросов по курсу дисциплины Математика часть1. «Линейная алгебра»**

#### Часть I.

1. Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность.
2. Геометрическая интерпретация существования 3-х типов решений систем двух линейных уравнений с двумя переменными.
3. Эквивалентность систем, элементарные преобразования систем. Примеры.
4. Матрицы, операции над ними и их свойства.
5. Особенности операции умножения матриц.
6. Транспонирование матриц. Запись системы линейных уравнений в компактной матричной форме.
7. Определитель матрицы. Общая формула для вычисления определителей.
8. Свойства определителя.
9. Миноры и алгебраические дополнения, их связь с определителем матрицы.
10. Теорема Лапласа.
11. Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы.
12. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
13. Понятие ранга матрицы. Нахождение ранга матрицы.

14. Свойства ранга матрицы.
15. Метод исключения переменных Гаусса.
16. Метод Крамера.
17. Теорема Кронекера-Капелли.
18. Общее решение системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные. Частные решения.

#### Часть II.

19. Прямоугольная система координат.
20. Расстояние между двумя точками.
21. Деление отрезка в данном отношении.
22. Формула площади треугольника.
23. Уравнение прямой на плоскости (различные формы).
24. Уравнение прямой в пространстве (различные формы).
25. Определение угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности, условие параллельности прямых.
26. Общее уравнение плоскости.
27. Понятие вектора, определение, примеры.
28. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов.
29. Коллинеарность векторов, компланарность векторов. Базис на плоскости и в пространстве.
30. Разложение любого вектора по базису.
31. Евклидово пространство. Введение метрики.
32. Свойства скалярного произведения векторов.
33. Линейные операторы. Матрица Линейного преобразования.
34. Собственные значения и собственные векторы Линейных операторов.
35. Свойства собственных чисел и собственных векторов матрицы преобразования.
36. Характеристическое уравнение матрицы Линейного преобразования.

#### Часть III.

37. Однородные системы линейных уравнений.
38. Линейно зависимые системы векторов и их свойства.
39. Линейно независимые системы векторов и их свойства.
40. Линейные векторные пространства: определение, примеры.
41. Базис и размерность n-мерного Линейного Пространства. Ортонормированный базис.
42. Задача о нахождении равновесного вектора цен в Линейной Модели Обмена.
43. Задача о нахождении равновесного вектора национальных доходов в Модели Международной бездефицитной торговли.

### **Перечень экспресс-тестов по лекционному материалу дисциплины Математика часть I. «Линейная алгебра»**

#### Тест 1

1. Записать Систему m Линейных Уравнений с n неизвестными в общем виде.
2. Перечислить названия 3-х типов Систем Линейных Уравнений (СЛУ) в зависимости от соответствующего каждому типу множества решений.
3. Перечислить 4 вида эквивалентных преобразований СЛУ.

#### Тест 2

1. Написать матрицы  $A = (a_{ij})_m^k$  и  $B = (b_{ij})_k^n$  в общем виде. Если  $C = A * B$ , то каковы размеры матрицы C? Написать выражение для элемента  $C_{ij}$

а) через знак суммирования  $\sum$ ; в) более подробно, без знака суммирования.

2. Как для данной матрицы  $A = (a_{ij})_m^k$  в общем виде будет выглядеть матрица  $A^T$ ?

Каковы ее размеры? Выписать те 4 свойства (из 18 Свойств операций над матрицами), где встречается операция транспонирования.

3. Записать Систему Линейных Уравнений для  $m=n=3$  в обычном виде.

Выписать все матрицы  $A, X, B$ , соответствующие матричной форме

записи СЛУ:  $A * X = B$

### Тест 3

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка

$\Delta = |A|$  в общем виде.

2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления

определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A|$

3. Дать Определение Минора  $M_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A$

4. Написать формулу Алгебраического Дополнения  $A_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A$

5. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка

$\Delta = |A_3|$  по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или

любому столбцу: а) либо в общем виде

б) либо для любого (уникального) численного примера.

### Тест 4

1. Для системы линейных уравнений  $AX = B$ ,  $|A| \neq 0$  выписать

через алгебраические дополнения  $A_{ij}$  присоединенную матрицу  $A^*$ .

Выписать формулы обратной матрицы  $A^{-1}$ , решения  $X$ .

2. Для системы линейных уравнений третьего порядка  $AX = B$

выписать по методу Крамера выражения для  $\Delta_i$ ,  $i=1,2,3$  и решение

системы линейных уравнений  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  через  $\Delta_i$ .

3. Дать Определение ранга матрицы (через миноры).

4. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?

5. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений  $AX = B$

### Тест 5

1. Даны две точки  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ . Написать выражение

для расстояния  $d = |AB|$ .

2. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0)$  и

имеющей угловой коэффициент  $k$ .

3. Написать Общее уравнение прямой на плоскости.
4. Написать условие параллельности и перпендикулярности на плоскости двух прямых, имеющих угловые коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$
5. На отрезке  $AB$ ,  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  дана точка  $C$ , такая, что  $\frac{AC}{BC} = \lambda$  Найти координаты точки  $C(x, y)$ .

## Тест 6

1. Написать уравнение прямой на плоскости (не  $\parallel OX$ , не  $\parallel OY$ ), проходящей через две точки  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ .
2. Даны две точки  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ . Координаты вектора  $\vec{a} = \vec{AB} = ?$
3. Даны векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . Схематично изобразить, как определяется:
  - а) сумма векторов  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
  - в) разность векторов  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$
4. Дать определение коллинеарности двух векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . Дать определение базиса на плоскости.
5. Дать определение компланарности трех векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Дать определение базиса в пространстве.

## Тест 7

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  и перпендикулярной вектору нормали  $\vec{n}(A, B, C)$ .
2. Написать Общее уравнение плоскости.
3. Написать условия параллельности и перпендикулярности 2-х плоскостей:
 
$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$
 в пространстве.
4. Дать Определение Собственного вектора  $\vec{x}$  и Собственного значения  $\lambda$  Линейного Преобразования, заданного матрицей  $A$ .
5. Дать Определение Характеристического уравнения для матрицы  $A$ .  
Как связаны Характеристическое уравнение и Собственные значения матрицы  $A$ ?

**Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине Математика часть2. «Математический анализ»**

При оценивании экспресс-теста и участия в дискуссии на семинарском занятии учитываются:

- степень раскрытия темы выступления (0-2 балла)
- знание содержания обсуждаемых проблем, умение использовать ранее изученный теоретический материал и терминологию (0-2 балла).

Контрольные работы (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым практическим аспектам укрупненных тематик дисциплины и проводятся в течение семестра после их изучения.

Контрольные работы содержат по 6 заданий.

**Перечень тем Контрольных работ (в письменной форме) по курсу дисциплины Математика часть2. «Математический анализ»**

Контрольная работа №1.

Предел числовой последовательности.  
Предел функции одной переменной  
Непрерывность функции одной переменной.

Контрольная работа №2

Производная и дифференциал функции одной переменной.  
Исследование функции одной переменной и построение графиков.

Итоговая контрольная работа

Исследование функции двух переменных.  
Неопределенный интеграл.  
Определенный интеграл.  
Несобственные интегралы.

**Перечень примерных вариантов Контрольных работ по курсу дисциплины Математика часть2. «Математический анализ»**

Контрольная работа №1

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+2}{2n} = 3$ . Найти номер  $N(\varepsilon)$  такие, что при  $n > N$   $|a_n - 3| < \varepsilon$ , для  $\varepsilon=0,1; 0,01$ .

2.

3. Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n})$ .

4. Что больше  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{2x}$  или  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^2 + x)}{\operatorname{tg}(6x^2 - 2x)}$ ?

5. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x^2 - 15x - 2}{x^3 - 4x^2 + 3x + 2}$ .

6. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+x}{3+x} \right)^x$

7. Найти точки разрыва и определить тип точек разрыва функции

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1, \text{ начертить эскиз графика функции.} \\ \frac{1}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

Контрольная работа №2

1. Найти производную функции  $y(x) = e^{-x}(\sin 3x + \cos 3x)$
2. Найти дифференциал функции  $y(x) = x^{x^2}$ .
3. Найти асимптоты функции  $y(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ .
4. Найти производную функции  $F(x, y) = e^y - y - x$ .
5. Вычислить предел, используя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$
6. Провести исследование функции  $y(x) = x^4(1-x)^3$  по схеме и построить ее график.

Итоговая контрольная работа

1. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y$ .

2. Вычислить интеграл или доказать его расходимость  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ .

3. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ .

4. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{x-3}{x^2-1} dx$ .

5. Найти неопределенный интеграл  $\int \cos x e^{2x} dx$ .

6. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ .

**Перечень Контрольных вопросов по курсу дисциплины****Математика часть2. «Математический анализ»**

1. Основные понятия теории множеств.
2. Элементы логической символики. Операции над множествами.
3. Диаграммы Эйлера–Венна
4. Числовые множества. Числовые промежутки.
5. Абсолютная величина вещественного числа.
6. Окрестность точки.
7. Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания.
8. Производственные функции.
9. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность.
10. Обратная функция.
11. Сложная функция.
12. Основные элементарные функции и их графики.
13. Преобразование графиков.
14. Понятие числовой последовательности, способы задания.
15. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимость.

16. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
17. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне).
18. Односторонние пределы.
19. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
20. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
21. Арифметические свойства пределов.
22. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах.
23. Признаки существования пределов.
24. Вычисление пределов алгебраических выражений.
25. Замечательные пределы и их следствия. Число  $e$  как предел последовательности.
26. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
27. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
28. Точки разрыва и их классификации.
29. Основные теоремы о непрерывных функциях.
30. Непрерывность элементарных функций.
31. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.
32. Понятие производной функции одной переменной.
33. Механический и геометрический смысл.
34. Уравнения касательной и нормали к кривой.
35. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
36. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
37. Производные основных элементарных функций.
38. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
39. Производная сложной и обратной функции.
40. Производные высших порядков.
41. Логарифмическое дифференцирование.
42. Дифференцирование неявно заданных функций.
43. Дифференциал функции, геометрический смысл.
44. Инвариантность формы полного дифференциала.
45. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
46. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций).
47. Правило Лопиталья–Бернулли.
48. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции.
49. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
50. Условия возрастания и убывания функции.
51. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции.
52. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
53. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба.
54. Асимптоты графика функции.
55. Общая схема исследования функции и построения графика.
56. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания.
57. Линия и поверхности уровня.
58. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
59. Частные производные и их геометрический смысл.
60. Частные производные высших порядков.
61. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
62. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
63. Производная сложной функции.
64. Полная производная.

65. Производная по направлению. Градиент.
66. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
67. Метод наименьших квадратов.
68. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
69. Условный экстремум.
70. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
71. Свойства неопределенного интеграла.
72. Таблица основных неопределенных интегралов.
73. Метод непосредственного интегрирования.
74. Метод замены переменной.
75. Подведение под знак дифференциала.
76. Метод интегрирования по частям.
77. Интегрирование рациональных дробей.
78. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
79. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
80. Интеграл с переменным верхним пределом.
81. Методы вычисления определенного интеграла.
82. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.
83. Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода).
84. Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1 Список источников и литературы**

#### **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины Математика часть I. «Линейная алгебра»**

Список источников и литературы

##### **Основная литература:**

1. Дорофеева А.В. Высшая математика: учебник для академического бакалавриата / А.В. Дорофеева. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 406 с. – Серия: Бакалавр. Академический курс. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://bibli-online.ru/viewer/A3EFDC48-87CB-41E5-A078-05BDBB3BD6E8/vyshshaya-matematika#page/3>
2. Баврин И.И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для бакалавров / И.И. Баврин. – 2-е изд., пер. и доп. – М6 Издательство Юрайт, 2017. – 616 с. – Серия: бакалавр. Базовый курс. [Электронный ресурс]. – URL: <https://bibli-online.ru/viewer/CF8B3267-78AA-4779-8607-577F1A280219/vyshshaya-matematika-dlya-pedagogicheskikh-napravleniy-osnovy-matematicheskoy-obrabotki-informacii#page/2>
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 479 с. – Серия: Бакалавр. Прикладной курс. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://bibli-online.ru/viewer/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika#page/1>

##### **Дополнительная литература:**

4. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для бакалавриата и специалитета / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 406 с. – (Серия: Бакалавр и специалист). –

ISBN 978-5-534-08389-7. – Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C](http://www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C).

## **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины Математика часть2. «Математический анализ»**

Список источников и литературы

### **Основная литература:**

5. Дорофеева А.В. Высшая математика: учебник для академического бакалавриата / А.В. Дорофеева. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 406 с. – Серия: Бакалавр. Академический курс. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://biblio-online.ru/viewer/A3EFDC48-87CB-41E5-A078-05BDBB3BD6E8/vyshshaya-matematika#page/3>
6. Баврин И.И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для бакалавров / И.И. Баврин. – 2-е изд., пер. и доп. – М6 Издательство Юрайт, 2017. – 616 с. – Серия: бакалавр. Базовый курс. [Электронный ресурс]. – URL: <https://biblio-online.ru/viewer/CF8B3267-78AA-4779-8607-577F1A280219/vyshshaya-matematika-dlya-pedagogicheskikh-napravleniy-osnovy-matematicheskoy-obrabotki-informacii#page/2>
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 479 с. – Серия: Бакалавр. Прикладной курс. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://biblio-online.ru/viewer/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika#page/1>

### **Дополнительная литература:**

8. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для бакалавриата и специалитета / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 406 с. – (Серия: Бакалавр и специалист). – ISBN 978-5-534-08389-7. – Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C](http://www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C).

## **6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».**

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)

ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

Электронная библиотека Grebennikon.ru [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru)

Cambridge University Press

ProQuest Dissertation & Theses Global

SAGE Journals

Taylor and Francis

JSTOR

1. Лекции по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для бакалавриата по направлению № 080200 – Менеджмент, № 080400 – Управление персоналом / Минобрнауки России, Федер. гос. бюджетное образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т" (РГГУ), Ин-т экономики, упр. и права, Фак. упр., Каф. моделирования в экономике и упр., [сост.: Н. Л. Лепе, Н. И. Манаенкова ; отв. ред. В. В. Кульба]. - Москва : РГГУ, 2014. - 202 с. - Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000009509>. - Загл. с экрана. - ISBN 978-5-7281-1699-8.

2. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс : для бакалавриата по направлению 080200 - Менеджмент / М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т", Ин-т экономики, упр. и права, Фак. упр., Каф. моделирования в экономике

и упр. ; [сост. Н. И. Манаенкова ; отв. ред. Н. Л. Лепе]. - М. : РГГУ, 2012. -34 с.; 20 см. - Режим доступа : <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000005265>. - Загл. с экрана. - Библиогр.: с. 20-21.

3. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс : для бакалавриата по направлению 080200 - Менеджмент / М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т", Ин-т экономики, упр. и права, Фак. упр., Каф. моделирования в экономике и упр. ; [сост. Н. И. Манаенкова ; отв. ред. Н. Л. Лепе]. - М. : РГГУ, 2012. - 40 с. ; 20 см. - Режим доступа : <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000005266.pdf>. - Загл. с экрана. - Библиогр.: с. 21-22.

4. <http://mathem.h1.ru/>

5. Математика on-line. В помощь студенту. Основные математические формулы по алгебре, геометрии, тригонометрии, высшей математике, исторические данные и многое другое можно найти на данном сайте.

6. <http://math.reshebnik.ru/>

7. На сайте размещены задания и образцы решений, теоретические материалы.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые компьютером и проектором для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Adobe Master Collection
4. AutoCAD
5. Archicad
6. SPSS Statistics
7. ОС «Альт Образование»
8. Visual Studio
9. Adobe Creative Cloud

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **9. Методические материалы**

### **9.1 Планы семинарских/ практических/ лабораторных занятий**

Семинарские занятия по дисциплине «Математика» проводятся для бакалавриата по направлению подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление».

Цель семинарских занятий – способствовать лучшему усвоению и закреплению теоретических знаний, полученных из лекционного курса и изучения Литературы. Только активная самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины позволяет получить и закрепить навык использования изучаемых математических методов; применять классические математические методы для решения практических задач экономико-управленческого содержания.

Семинарские занятия проводятся в форме обзора новых теоретических понятий по данной теме и разбора решений типовых задач. Разбор Домашнего задания, результаты Контрольных работ позволяют выявить пробелы в знаниях и оценить уровень освоения материала.

## Планы семинарских занятий по дисциплине Математика часть 1. «Линейная алгебра»

### Семинарское занятие 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. (2 ч.)

#### Вопросы для изучения

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. 3 типа Систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи (*Задача о фермере, 3 варианта*) к системам линейных уравнений 3 типов.
3. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду.

#### Практические задания

1. Метод Гаусса. Разбор и решение задачи № 2.1.37.
2. Постановка и решение Задачи о фермере:

#### *Задача о фермере.*

#### Вариант 1:

Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780 тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

#### Вариант 2:

Рассмотрим задачу из примера 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

#### Вариант 3:

Рассмотрим задачу из примера 2 со следующими изменениями:

Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли

3. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду.

Разбор и решение задач №№ 1.1.27, 1.1.28

4. Домашнее Задание: №№ 1.1.79, 1.1.80, 2.1.41

### Семинарское занятие 2. Матрицы. Операции над матрицами.

#### Вопросы для изучения

1. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
2. Матрицы. Операции над матрицами. Правила умножения матриц.
3. Матричный полином. Транспонирование матриц.

#### Практические задания

1. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Разбор и решение задач Домашнего задания: №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Операции над матрицами. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
3. Домашнее Задание: №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.24, 1.1.25

### Семинарское занятие 3. Определитель матрицы. Миноры. Алгебраические дополнения

#### Вопросы для изучения

1. Свойства умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.
2. Определитель матрицы 2, 3, n-го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды). Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Нахождение Присоединенной матрицы.

#### Практические задания

1. Умножение матриц. Разбор и решение задач Домашнего задания: №№ 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.24, 1.1.25.
2. Вычисление Определителей, Миноров, построение Присоединенной матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1

3. Домашнее Задание: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29, 1.4.38, 1.4.9

#### Семинарское занятие 4. Обратные матрицы. Метод Крамера. (2 ч.)

Вопросы для изучения

1. Построение Обратной матрицы.
2. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
3. Правило Крамера.
4. Решение Матричных уравнений.

Практические задания

1. Вычисление Определителей, Миноров. Разбор и решение задач Домашнего задания: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.
2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.4.38, 1.4.9
3. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы, методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2
4. Решение \ Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.
5. Домашнее Задание: №№ 1.4.10, 1.4.11, 1.4.29, 1.4.30, Варианты Контрольных работ.

6. Домашнее Задание: №№ 1.4.4, 1.4.39, 1.4.34, 2.2.11, 2.2.22, 2.2.23

#### Семинарское занятие 5. Матрицы. Определители матриц. Метод Гаусса, метод Обратной матрицы, метод Крамера решения систем линейных уравнений. (2 ч.)

Вопросы для изучения

Контрольная работа №1.

Вычисление матричного полинома.

Вычисление определителей.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

- а) методом Гаусса
- в) методом нахождения Обратной матрицы
- с) методом Крамера.

Практические задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.
2. Домашнее Задание: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 1; решение невыполненных задач Домашнего задания к занятиям 1, 2, 3, 4, 5.

#### Семинарское занятие 6. Ранг матрицы. (2 ч.)

Вопросы для изучения

1. Решение матричных уравнений.
2. Нахождение ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера - Капелли.
3. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
4. Разбор типичных ошибок задач Контрольной работы № 1
5. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в задачах Контрольной работы №1

Практические задания

1. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение Домашнего задания: №№ 1.4.10, 1.4.11, 1.4.29, 1.4.30
2. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах №№ 1.1.79, 1.1.80
3. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (3 варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.

4. Домашнее Задание: № 2.1.47, 1.1.80.Семинарское занятие 7. Общий метод решения системы линейных уравнений. (2 ч.)

## Вопросы для изучения

1. Исследование совместности систем линейных уравнений.
2. Нахождение общих и частных решений системы линейных уравнений. Эквивалентность общих решений, соответствующих различным базисным минорам матрицы системы линейных уравнений.

## Практические задания

1. Исследование совместности систем линейных уравнений. Разбор и решение задачи Домашнего задания: № 2.1.47.
2. Нахождение общего решения системы линейных уравнений в Задаче о фермере (3-й вариант, неопределенная СЛУ).
3. Нахождение частного решения системы линейных уравнений в Задаче о фермере (3-й вариант, неопределенная СЛУ).
4. Домашнее Задание: с.87-90: № 2 всех Вариантов Контрольных работ.

Семинарское занятие 8. Ранг матрицы. Общий метод решения системы линейных уравнений. (2 ч.)

## Вопросы для изучения

Контрольная работа №2

Матричные уравнения.

Исследование систем линейных уравнений.

Решение неопределенных систем линейных уравнений.

## Практические задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №2 в письменной форме.
2. Домашнее Задание: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 2; решение невыполненных задач Домашнего задания к Практическим занятиям 7, 8, 9.

Семинарское занятие 9. Элементы Аналитической Геометрии. Элементы векторной алгебры. (2 ч.)

## Тема 7. Элементы Аналитической Геометрии

## Вопросы для изучения

1. Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Координаты точки. Длина отрезка. Площадь треугольника.
2. Задача о делении отрезка в данном отношении.
3. Различные виды уравнений прямой. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.

## Практические задания

1. Длина отрезка. Площадь треугольника. Деление отрезка в данном отношении. Координаты биссектрисы и медианы. Разбор и решение задач №№ 4.1.4, 4.1.7
2. Уравнения прямых. Пересечение, параллельность, \ перпендикулярность прямых. Разбор и решение задач №№ 4.2.52, 4.2.57
3. Домашнее Задание: №№ 4.1.5, 4.1.10 4.2.56, 4.2.58.

Тема 8 Элементы Векторной Алгебры.

## Вопросы для изучения

1. Метод координат на плоскости: вычисление длин сторон треугольника, медианы, высоты, биссектрисы. Нахождение уравнений медианы, высоты, биссектрисы, сторон треугольника.
2. Векторная алгебра. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число.

3. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Скалярное произведение векторов. Условие ортогональности векторов.

Практические задания

- 1.Использование методов аналитической геометрии в задачах Домашнего задания: №№ 4.1.5, 4.1.10 4.2.56, 4.2.58.
  - 2.Направленные отрезки. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число. Разбор и решение задач №№ 3.1.1, 3.1.2.
  - 3.Скалярное произведение векторов. Условие ортогональности и коллинеарности векторов. Разбор и решение задачи № 3.2.1
  - 4.Домашнее Задание: №№ 3.1.3, 3.1.8 3.2.3.
- Варианты Контрольных работ: Вар. 1 №2, №3; Вар.2 №1, №2

Семинарское занятие 10 Линейные векторные пространства. Линейные операторы.  
(2 ч.)

Тема 9. Линейные векторные пространства.

Вопросы для изучения

1. Операции над векторами.
2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис системы векторов.
3. Разложение векторов по данному базису. Координаты вектора.

Практические задания

- 1.Использование методов векторной алгебры в задачах Домашнего задания: №№ 3.1.3, 3.1.8 3.2.3
- 2.Разбор Вариантов Контрольных работ: Вар. 1 №2, №3; Вар.2 №1
- 3.Разбор задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов:  
*Задача о разложении вектора:*

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой.  
Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

4. Домашнее Задание: №№ Варианты Контрольных работ: Вар. 3 №3; Вар.4 №1, №2; № 1) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14

Задание к Практическим занятиям №№ 14-15

- 1) Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой.  
Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 10 \\ 22 \\ 42 \end{pmatrix}.$$

- 2) Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- 3) Показать, что матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} - \text{подобны.}$$

- 4) Найти собственные векторы матрицы  $\mathbf{B}$ .  
 5) Показать, на примере матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ , что  
 А) сумма собственных значений матрицы равна сумме ее диагональных членов.  
 В) произведение собственных значений матрицы равно ее Определителю.  
 6) Показать на примере матрицы  $\mathbf{A}$ , что, если матрица  $A_n$  имеет  $n$  попарно различных собственных чисел, ее ранг равен числу отличных от нуля собственных значений матрицы.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- 7) Показать, что собственные векторы матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  - линейно независимы.

- 8) Показать на примере матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  что, если матрица  $A_n$  имеет  $n$  различных собственных чисел, справедливо равенство:  $V^{-1} A_n V = \Lambda$ , где  $V$  – матрица, столбцами которой служат  $n$  собственных векторов матрицы  $A_n$ ,  $\Lambda$  - диагональная матрица, составленная из всех собственных чисел матрицы  $A_n$ .

Здесь  $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ , где  $\lambda_1, \lambda_2$  - собственные значения матрицы  $\mathbf{A}$

- 9) Задана структурная матрица торговли трех стран:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/4 & 2/6 & 4/12 \\ 2/4 & 1/6 & 3/12 \\ 1/4 & 3/6 & 5/12 \end{pmatrix}$$

Требуется найти вектор национальных доходов этих трех стран, Обеспечивающий бездефицитную торговлю между ними.

## Тема 10. Линейные операторы.

### Вопросы для изучения

1. Линейные операторы.
2. Характеристическое уравнение Матрицы Линейного преобразования.
3. Собственные значения матрицы - корни характеристического уравнения.

### Практические задания

1. Повторение задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов. Разбор и решение задачи № 1) из Задания к практическим занятиям №№ 14-15
2. Вычисление собственных значений матриц 2-го, 3-го порядка. Разбор и решение задач №№ 2), 3), 5) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14
3. Нахождение и графическое построение собственных векторов, соответствующих

конкретным собственным значениям.

4. Домашнее Задание: №№ 4), 5), 6), 7) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14

### Семинарское занятие 11. Собственные значения и собственные векторы. (2 ч.)

#### Вопросы для изучения

1. Множество собственных векторов Матрицы Линейного преобразования.
2. Линейная модель обмена.
3. Модель международной торговли.

#### Практические задания

2. Вычисление собственных значений. Разбор и решение задачи №№ 5), 6) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14
3. Нахождение и графическое построение собственных векторов, соответствующих конкретным собственным значениям. Разбор и решение задач №№ 4), 7) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14
3. Модель международной торговли. Разбор и решение задачи № 9) из Задания к практическим занятиям №№ 13-14
4. Домашнее Задание решение невыполненных задач Домашнего задания к занятиям №№ 11-15; решение всех невыполненных вышеперечисленных Вариантов Контрольных работ.

### Семинарское занятие 12. Аналитическая Геометрия. Векторная алгебра. Собственные векторы и числа Линейных операторов. Коллоквиум по теоретическому материалу. Защита индивидуального Домашнего задания (2 ч.)

#### Вопросы для изучения

#### Контрольная работа №3.

1. Собственные значения Матрицы Линейного преобразования.
2. Собственные векторы Матрицы Линейного преобразования.
3. Базис системы векторов. Линейная зависимость векторов.
4. Уравнение прямой на плоскости (различные формы). Определение угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности, параллельности прямых.
5. Векторная Алгебра. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Формула площади треугольника.

#### Практические задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы в письменной форме.
  2. Домашнее Задание: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 3
- Список источников и литературы  
Коллоквиум по теоретическому материалу. Защита индивидуального домашнего задания

#### Вопросы для изучения

1. Коллоквиум по теоретическому материалу Лекционного курса. (см. «Перечень Контрольных вопросов по курсу дисциплины «Линейная алгебра»; «Перечень экспресс-тестов по лекционному материалу дисциплины «Линейная алгебра».)
2. Обсуждение индивидуального Домашнего задания.

#### Практические задания

1. Защита индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу семестра в устной форме.
2. Защита индивидуального вопроса Тестов по теоретическому материалу семестра в устной форме.
3. Защита индивидуального Домашнего задания.

**Планы семинарских занятий по дисциплине Математика часть 2 «Математический анализ».**

Семинарское занятие 1. Элементы теории множеств. Функция одной переменной. Основные понятия. (2 ч.)

Вопросы для изучения

1. Основные понятия теории множеств.
2. Операции над множествами.
3. Диаграммы Эйлера–Венна
4. Числовые множества. Числовые промежутки.
5. Абсолютная величина вещественного числа.
6. Окрестность точки.
7. Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания.
8. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность.
9. Обратная функция.
10. Сложная функция.
11. Основные элементарные функции и их графики.
12. Преобразование графиков.

Практические задания

1. Задано универсальное множество  $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  и множества  $A = \{c, d, e, f\}$ ,  $B = \{e, f, g, h, a\}$ .

Построить множества:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{A}$ ,  $\bar{A} \cap B$ ,  $A \cup \bar{B}$ .

2. С помощью диаграмм Венна доказать, что  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
3. Лекции по маркетингу посещают 10 студентов, а лекции по менеджменту 20 студентов. Определить число студентов, посещающих лекции по маркетингу или лекции по менеджменту, если: а) лекции проходят одновременно; б) лекции проходят не одновременно и 8 студентов посещают оба курса лекций.
4. Решить неравенство  $|x + 2| + |x - 2| \leq 12$ .
5. Определить область допустимых значений функции  $y = \ln \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ .
6. Исследовать функцию на четность:  $y = \sqrt[3]{(x + 1)^2} + \sqrt[3]{(x - 1)^2}$ .
7. Для функции  $y$  найти обратную функцию и определить область допустимых значений обратной функции:  $y = \operatorname{arctg} 3x$ .
8. Записать в явном виде функцию, заданную уравнением  $10^x + 10^y = 10$ .
9. Определить, является ли функция периодической и найти минимальный период  $T$ :  $y = \sin^2 x$
10. Построить графики функций:  $y = 2 + (x - 1)^3$ ,  $y = \frac{x-2}{x+2}$ ,  $y = \sin \left( |x| - \frac{\pi}{3} \right)$ .

Список источников и литературы

Семинарское занятие 2. Числовые последовательности. Предел функции одной переменной. Непрерывность функции одной переменной. (2 ч.)

Вопросы для изучения

1. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
2. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне).
3. Односторонние пределы.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
6. Арифметические свойства пределов.
7. Вычисление пределов алгебраических выражений.
8. Замечательные пределы и их следствия.

9. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
10. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
11. Точки разрыва и их классификации.
12. Непрерывность элементарных функций.

## Практические задания

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2}{2n} = 2$ . Найти номер  $N(\varepsilon)$  такие, что при  $n > N$   $|a_n - 2| < \varepsilon$ , для  $\varepsilon = 0,1; 0,01$ .

2. Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3}{n^3}$ .

3. Что больше  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1+9x)}$  или  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{\sin^2(4x)}$ ?

4. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^3 - 27}$ .

5. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{8+x}{10+x} \right)^{2x+3}$

6. Найти точки разрыва и определить тип точек разрыва функции

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq 3, \text{ начертить эскиз графика функции.} \\ 2x - 6, & x > 3 \end{cases}$$

Список источников и литературы

Семинарское занятие 3. Контрольная работа № 1 (2 ч.)

Вопросы для изучения

Вопросы к семинарским занятиям 1, 2.

Практические задания

Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.

Семинарское занятие 4. Производная и дифференциал функции одной переменной. Исследование функции одной переменной и построение графиков. (2 ч.)

Вопросы для изучения

1. Понятие производной функции одной переменной.
2. Механический и геометрический смысл.
3. Уравнения касательной и нормали к кривой.
4. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
5. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
6. Производные основных элементарных функций.
7. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
8. Производная сложной и обратной функции.
9. Производные высших порядков.
10. Логарифмическое дифференцирование.

11. Дифференцирование неявно заданных функций.
12. Дифференциал функции, геометрический смысл.
13. Инвариантность формы полного дифференциала.
14. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
15. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций).
16. Правило Лопиталья–Бернулли.
17. Условия возрастания и убывания функции.
18. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции.
19. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
20. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба.
21. Асимптоты графика функции.
22. Общая схема исследования функции и построения графика.

#### Практические задания

1. Найти производную функции  $y(x) = \sin^8 \frac{2x+1}{x}$
2. Найти дифференциал функции  $y(x) = x^{\operatorname{arctg} x}$ .
3. Найти асимптоты функции  $y(x) = \frac{4x^2}{x+1}$ .
4. Найти производную функции  $F(x, y) = e^{xy} - \frac{y}{x}$ .
5. Вычислить предел, используя правило Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$
6. Провести исследование функции  $y(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$  по схеме и построить ее график.

#### Список источников и литературы

##### Семинарское занятие 5. Контрольная работа № 2 (2 ч.)

#### Вопросы для изучения

Вопросы к семинарскому занятию 4.

#### Практические задания

Решение индивидуального варианта Контрольной работы №2 в письменной форме.

Семинарское занятие 6. Функции нескольких переменных. Основные понятия производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Экстремумы функции двух переменных (2 ч.)

#### Вопросы для изучения

1. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания.
2. Линия и поверхности уровня.
3. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
4. Частные производные и их геометрический смысл.
5. Частные производные высших порядков.
6. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
7. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
8. Производная сложной функции.
9. Полная производная.

10. Производная по направлению. Градиент.
11. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
12. Метод наименьших квадратов.
13. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
14. Условный экстремум.

#### Практические задания

7. Найти область существования функции .
8. Найти частные производные функции 1-го и 2-го порядка .
9. Найти полный дифференциал функции  $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ .
10. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .

#### Список источников и литературы

#### Семинарское занятие 7. Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. (2 ч.)

##### Вопросы для изучения

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных неопределенных интегралов.
4. Метод непосредственного интегрирования.
5. Метод замены переменной.
6. Подведение под знак дифференциала.
7. Метод интегрирования по частям.
8. Интегрирование рациональных дробей.
9. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
10. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Интеграл с переменным верхним пределом.
12. Методы вычисления определенного интеграла.
13. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.
14. Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода).
15. Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

##### Практические задания

1. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{7x+4}{(x-3)(x+2)} dx$ .
2. Найти неопределенный интеграл  $\int (2x+1)e^{4x} dx$ .
3. Найти неопределенный интеграл  $\int 2x e^{-x^2} dx$
4. Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 x \ln(x) dx$ .
5. Вычислить интеграл или доказать его расходимость  $\int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ .

## 9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Методические рекомендации по подготовке письменных работ по дисциплине Математика часть1. «Линейная алгебра»

Контрольная работа №1, Контрольная работа №2 и Контрольная работа №3 (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала и закрепления этих знаний на семинарских занятиях и при выполнении домашних заданий. Контрольная работа №1 и №3 содержат по 5 заданий. Контрольная работа №2 содержит 3 задания.

Каждый студент получает индивидуальный вариант Контрольных работ. Коллоквиум по теоретическому материалу проводится в конце Семестра. Перед проведением Коллоквиума студент должен подготовить письменно ответ на 2 вопроса теоретического характера.

Методические рекомендации по подготовке письменных работ по дисциплине Математика часть2. «Математический анализ»

Контрольная работа №1, Контрольная работа №2 и Итоговая контрольная работа (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала и закрепления этих знаний на семинарских занятиях и при выполнении домашних заданий. Контрольные работы содержат по 6 заданий

Каждый студент получает индивидуальный вариант Контрольных работ.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина (модуль) реализуется на факультете управления кафедрой государственного и муниципального управления.

Цель дисциплины: подготовка обучающихся к использованию в своей практической деятельности возможностей вычислительной техники, современных математических методов; умению выбирать наиболее подходящий математический инструментарий; умению не только принимать решения, но и обосновывать их правильность и оптимальность.

Задачи:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков математического исследования теоретических и практических задач управления и теории систем;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы математических методов в объеме, необходимом для решения задач управления;

Уметь:

- решать типовые математические задачи, а также применять полученные знания к исследованию прикладных задач экономики и управления;

Владеть:

навыками применения современного математического инструментария для решения задач управления; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов управления.