

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Российский государственный гуманитарный университет»**  
**(ФГБОУ ВО «РГУГУ»)**

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ  
Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

Разработка и программирование интеллектуальных систем

Уровень квалификации выпускника: бакалавр

Форма обучения очная

РПД адаптирована для лиц

с ограниченными возможностями

здоровья и инвалидов

Москва 2022

Математическая логика

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Доктор технических наук, профессор

В.К. Финн

.....

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры МЛИИС

№ 5 от 24.03.2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1. Пояснительная записка.....</b>	<b>4</b>
1.1. Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций.....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	6
<b>2. Структура дисциплины.....</b>	<b>6</b>
<b>3. Содержание дисциплины.....</b>	<b>7</b>
<b>4. Образовательные технологии.....</b>	<b>8</b>
<b>5. Оценка планируемых результатов обучения.....</b>	<b>9</b>
5.1. Система оценивания.....	9
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине.....	10
5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	11
<b>6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....</b>	<b>17</b>
6.1. Список источников и литературы.....	17
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	18
6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы.....	18
<b>7. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....</b>	<b>18</b>
<b>8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....</b>	<b>18</b>
<b>9. Методические материалы.....</b>	<b>20</b>
9.1. Планы семинарских занятий.....	20
9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	23
<b>Приложения.....</b>	<b>27</b>
<i>Приложение 1.....</i>	<i>27</i>
<i>Приложение 2.....</i>	<i>29</i>

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (аналитические таблицы).

Задачами дисциплины являются:

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1 Способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа, логики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в информатике, лингвистике и гуманитарных науках	ОПК-1.1 Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>— характеристики аксиоматического метода;</li><li>— определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций);</li><li>— бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра;</li><li>— логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модел, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация);</li><li>— теорему о функциональной полноте системы булевских функций;</li><li>— леммы Хинтикки и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов;</li><li>— теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана;</li><li>— примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций).</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>— формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально;</li><li>— использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ;</li><li>— использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц;</li></ul>
	ОПК-1.2 Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>— использовать алгебру бинарных отношений.</li> </ul> <b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>— навыками построения истинностных таблиц;</li> <li>— навыками тождественных преобразований в алгебре логики;</li> <li>— навыками построения аналитических таблиц.</li> </ul>
ОПК-2 Способен получать знания в области современных проблем науки, техники и технологии информатики, гуманитарных, лингвистических и социальных наук	ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>— способы доступа к информационным ресурсам по математической логике.</li> </ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>— использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике.</li> </ul>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения математики в объеме курса средней школы.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математический анализ, алгебра, дискретная математика, теория алгоритмов, математическая лингвистика, программирование, логическое программирование, базы данных, интеллектуальные системы, информационные системы, интеллектуальный анализ данных и машинное обучение.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией и применением результатов и методов математической логики к задачам построения систем искусственного интеллекта.

### 2. Структура дисциплины

#### Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., промежуточная аттестация 36 ч., самостоятельная работа обучающихся 140 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>(по семестрам)</i>
			Контактная							
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия				
1	Алгебра логики	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
2	Логика высказываний	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
3	Множества и отношения	1	8	8				22	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа	
	экзамен	1					18		экзамен по билетам	
4	Логика предикатов	2	12	12				34	Оценка выполнения практических заданий	
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	2	12	20				36	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа	

экзамен	2					18		экзамен по билетам
итого:		48	64			36	140	

### 3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Алгебра логики	<p>Язык логики высказываний. Логические связи. Формулы. Булевы оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевы функции. Суперпозиции булевых функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевых функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевых функций. Число булевых функций, зависящих от <math>n</math> переменных. Классы <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Замкнутость <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Предполнота <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Класс линейных функций <math>L</math>. Замкнутость <math>L</math>. Предполнота <math>L</math>. Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций <math>M</math>. Замкнутость <math>M</math>. Предполнота <math>M</math>. Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций <math>S</math>. Замкнутость <math>S</math>. Предполнота <math>S</math>. Лемма о несамодвойственной функции. Теорема о функциональной полноте систем булевых функций.</p>
2.	Логика высказываний	<p>Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ и КНФ методом а.т.</p>
3	Множества и отношения	<p>Булева алгебра множеств. Кортежи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевых операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и решеток: некоторые трехзначные логики.</p>
4	Логика предикатов	<p>Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов).</p>
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	<p>Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов <math>S</math>. Необходимое и достаточное условие невыполнимости <math>S</math>. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente как следствии дизъюнктов <math>C_1</math> и <math>C_2</math>. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций. Стратегия вычеркивания. Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.</p>

#### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Алгебра логики	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
2	Логика высказываний	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
3	Множества и отношения	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
4	Логика предикатов	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ, для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

#### 5. Оценка планируемых результатов обучения

##### 5.1. Система оценивания

<i>Форма контроля</i>	<i>Макс. количество баллов</i>	
	<i>За одну работу</i>	<i>Всего</i>
Текущий контроль:		
● Опрос (1—5)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 1—5)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 1—3)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация экзамен)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов
Текущий контроль:		
● опрос (6—8)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 6—8)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 6—7)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов

Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов
-------------------------------	--	------------

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67			D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно		не зачтено
0 – 19		F	

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня</p>

		<p>сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>
--	--	---

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

#### Контрольная работа 1

##### Вариант I

№1  $((\neg p \supset \neg q) \supset ((q \supset p)) \equiv ((p \& q) \supset q)$

Доказать в ИЭФ

№2  $(p \supset ((p \supset q) \supset q)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

№3 (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов  $\Omega_3$

$$(((p \& \neg(q \supset p)) \vee r) \vee (p \& (\neg q \supset (q \supset r))))$$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

№4  $((((p \supset p) \supset ((p \& r) \supset q)) \supset p) \& r)$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

№5\* Выразить  $x + y$  через  $x \downarrow y$ , где  $x \downarrow y = \neg(x \vee y)$ ,  $x + y$  – сложение Жегалкина (исключающее или).

##### Вариант II

№1  $((p \supset r) \supset ((q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset r))) \equiv (\neg q \supset (q \supset r))$

Доказать в ИЭФ

№2  $((p \supset q) \supset ((p \supset \neg q) \supset \neg p)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

№3 (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов  $\Omega_3$

$$(((p \supset q) \supset (p \supset (p \vee r))) \supset (p \vee r))$$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

№4  $((((p \supset (q \supset r)) \supset ((p \& q) \supset r)) \supset p) \& q)$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

№5\* Выразить  $x + y$  через  $x | y$ , где  $x | y = \neg(x \& y)$ ,  $x + y$  – сложение Жегалкина (исключающее или).

#### Контрольная работа 2

##### Вариант I

№1. Построить сокращённую д.н.ф.  $F(x,y,z)$ . Существуют ли фиктивные переменные у  $F(x,y,z)$ ?

$$F(x,y,z) = \langle 11110100 \rangle$$

Указание. Истинностная таблица начинается с  $\langle 1, 1, 1 \rangle$

№2. В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

$$(1) (X \cap Y) - (X \cap Z) = (X \cap Y) - Z$$

$$(2) X \cup Y = (X \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\cap}} Y) \cup (X \cap Y)$$

№3. В БАМ вывести из гипотез:

$$(1) X \subseteq Y \vdash X \cup Z \subseteq Y \cup Z$$

$$(2) (X \cap Y) \subseteq Z \vdash X \subseteq (-Y \cup Z)$$

№4. Будет ли линейной  $F(x, y, z) = (xy \vee \neg x \neg y) + Z$ ?

№5. Выразить в алгебре Жегалкина  $F(x, y, z) = (x \supset y) \& (\neg x \vee z)$

№6. Будет ли функционально полной множество функций  $F = \{x + y, x \vee \neg y, 1\}$ ?

№7\* Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

$$(1) F1 = \{x \supset y, 0, x + y, x \& y, 1\}$$

$$(2) F2 = \{x \vee y, x + y, 1, x \& y\}$$

### Вариант II

№1. Построить сокращённую д.н.ф.  $F(x, y, z)$ . Существуют ли фиктивные переменные у  $F(x, y, z)$ ?

$$F(x, y, z) = \langle 00101111 \rangle$$

Указание. Истинностная таблица начинается с  $\langle 1, 1, 1 \rangle$

№2. В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

$$(1) (X \cup Y) - Z = (X - Z) \cup (Y - Z)$$

$$(2) X - Y = X \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\cap}} (X \cap Y)$$

№3. В БАМ вывести из гипотез:

$$(1) (X - Y) \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\cap}} Y = X \vdash Y \subseteq X$$

$$(2) X \subseteq (-Y \cup Z) \vdash X \cap Y \subseteq Z$$

№4. Будет ли самодвойственной  $m(\neg x, y, \neg z)$ ?

№5. Выразить в алгебре Жегалкина  $F(x, y, z) = (x \supset y) \& (y \downarrow z)$

№6. Будут ли функционально полными множества

$$(1) F1 = \{m(x, y, z), x + y, 1\}$$

$$(2) F2 = \{x \vee y, x \& y, x + y\}?$$

№7\*. Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

$$(1) \{m(x, y, z), 0, x \supset y, x + y\}$$

$$(2) \{x + y, x \vee \neg y, 1, x \equiv y, x \& y\}$$

### Контрольная работа 3

#### Вариант I

№1. Методом аналитических таблиц доказать  $\forall x \forall y (P(x, y) \& Q(x, y)) \supset (\forall x \forall y P(x, y) \& \forall x \forall y Q(x, y))$ .

№2. Методом аналитических таблиц доказать  $(\exists x P(x) \& \phi) \supset \exists x (P(x) \& \phi)$ , где  $\phi$  - любая замкнутая формула.

№3. Методом аналитических таблиц доказать  $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\exists x A(x) \equiv \exists x B(x))$ .

№4. Установить выполнимость в конечном универсуме U формулы  $(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) \supset \forall x (P(x) \& Q(x))$ . Найти U. Применить метод аналитических таблиц.

№5.  $U = \{1,2,3\}$ .  $R = \{<1,1>, <1,2>, <2,1>, <2,2>, <2,3>, <3,2>, <3,3>\}$ , показать, что R рефлексивно и симметрично.

№6. Привести к предваренной нормальной форме  $\exists x \forall y A(x, y) \vee \exists x \forall y B(x, y)$ . Построить стандартную форму Скулема и найти Н0 и Н1.

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость  $S = \{P \vee Q, R \vee Q, \neg R, \neg Q\}$ . Построить дерево вывода.

№8\*. Доказать методом аналитических таблиц  $R \subseteq Q \supset R \circ S \subseteq Q \circ S$ .

### Вариант II

№1. Методом аналитических таблиц доказать  $\exists x \exists y (P(x, y) \& Q(x, y)) \supset (\exists x \exists y P(x, y) \& \exists x \exists y Q(x, y))$ .

№2. Методом аналитических таблиц доказать  $(\phi \vee \forall x A(x)) \supset \forall x (\phi \vee A(x))$ , где  $\phi$  - любая замкнутая формула.

№3.  $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\forall x A(x) \equiv \forall x B(x))$ . Вывести методом аналитических таблиц.

№4.  $(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) \supset \exists x (P(x) \& Q(x))$ . Методом аналитических таблиц установить выполнимость в конечном универсуме U. Найти U.

№5.  $U = \{1,2,3\}$ .  $R = \{<1,1>, <1,2>, <2,1>, <2,2>, <2,3>, <3,2>, <3,3>\}$ , найти  $Q = R \circ R$ .

№6. Привести к предваренной нормальной форме  $\forall x P(x) \supset \forall y (\forall z Q(y, z) \supset \forall u P(u))$ . Построить стандартную форму Скулема и найти Н0 и Н1.

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость  $S = \{P \vee Q \vee \neg R, P \vee \neg Q, \neg P, R, T\}$ . Построить дерево вывода.

№8\*. Доказать методом аналитических таблиц

$$(P \circ Q)^{-1} \subseteq Q^{-1} \circ P^{-1}$$

### Контрольная работа 4

#### Вариант I

№1. (1)  $W1 = \{Q(a, x, f(x)), Q(a, y, y)\}$ ,

(2)  $W2 = \{Q(x, y, z), Q(u, h(v, v), u)\}$ .

Унифицируемое ли  $W1$  и  $W2$ , если да, то найти НОУ.

№2. Найти резольвенты (если они есть):

$$C1 = \text{IP}(x) \quad \overset{\curvearrowright}{\leftarrow} \quad Q(x, b)$$

$$C2 = P(a) \quad \overset{\curvearrowleft}{\leftarrow} \quad Q(a, b)$$

№3. (1) Каждый атлет силен

(2) Каждый, кто силен и умен, добьется успеха в своей карьере

(3) Петр – атлет

(4) Петр – умен

(5) Петр добьется успеха в своей карьере

A(x): x – атлет, а – Петр

S(x): x – силен

Q(x): x – умен

K(x): x – добьется успеха в карьере

Вывести следствие (5) из (1)-(4) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из  $\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \supset (P(x,z) \overset{?}{\wedge} P(z,y)))$

Методом резолюций вывести  $\forall x \forall y \forall z ((\neg P(x,y) \& \neg P(y,z)) \supset \neg P(x,z))$

Построить дерево вывода.

№5. Методом резолюций из иррефлексивности и транзитивности отношения R вывести его асимметричность. Построить дерево вывода.

№6\*. Методом резолюций из  $P \subseteq Q$  вывести  $P \circ R \subseteq Q \circ R$

### Вариант II

№1.  $W1 = \{P(a,x,h(g(z))), P(z,h(y),h(y))\}$ ,

$W2 = \{Q(f(w),a,z), Q(w,b,f(z))\}$ .

Унифицируемы ли W1 и W2, если да, то найти НОУ.

№2.  $C1 = \neg P(v,z,v) \overset{?}{\wedge} P(w,z,w)$ ,

$C2 = P(w,h(x,x),w)$

Найти резольвенты, если они есть.

№3. (1) Каждый студент честен

(2) Джон нечестен

---

(3) Джон – не студент

Вывести следствие (3) из (1) и (2) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из  $\forall x \forall y \forall z ((\neg P(x,y) \& \neg P(y,z)) \supset \neg P(x,z))$

Методом резолюций вывести  $\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \supset (P(x,z) \overset{?}{\wedge} P(z,y)))$

Построить дерево вывода.

№5. (1)  $\forall x \exists y (L(x,y) \supset L(x,F))$

(2)  $\forall x \exists y L(x,y)$

---

(3)  $\forall x L(x,F)$

Методом резолюций из (1) и (2) вывести (3) (задача о Св. Франциске).

Построить дерево вывода.

№6\*. Методом резолюций из  $P \subseteq Q$  вывести  $R \circ P \subseteq R \circ Q$

### Контрольные вопросы к экзамену

#### Вопросы 1-20 семестра:

1. Теорема 1 о функции оценки  $v[\varphi]$

2. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Теорема 2 о корректности.

3. Приведение к с.д.н.ф. в ИЭФ. Теорема 3 о представлении булевой функции посредством с.д.н.ф.
4. Приведение к с.к.н.ф. в ИЭФ. Теорема 4 о представлении булевой функции посредством с.к.н.ф.
5. ИЭФ. Теорема 5 о полноте ИЭФ.
6. Класс  $T_0$ : замкнутость и предполнота
7. Класс  $T_1$ : замкнутость и предполнота
8. Числа элементов  $T_0^{(n)}$ ,  $T_1^{(n)}$  и  $S^{(n)}$ ,  $L^{(n)}$
9. Булева алгебра множеств. Теорема о дополнении. Число элементов  $P_2^{(n)}$ .
10. Принцип двойственности в булевой алгебре высказываний
11. Класс  $S$  – самодвойственных функций. Замкнутость  $S$ . Число элементов  $S^{(n)}$ .
12. Класс монотонных булевых функций  $M$ . Замкнутость  $M$ .
13. Лемма 1 о  $F \notin S$ . Предполнота  $S$ .
14. Лемма 2 о  $F \notin M$ . Предполнота  $M$ .
15. Алгебра И.И. Жегалкина. Класс линейных булевских функций. Замкнутость  $L$ . Число элементов  $L^{(n)}$ .
16. Лемма 3 о  $F \notin L$ . Предполнота  $L$ .
17. Алгебра И.И. Жегалкина. Её функциональная эквивалентность булевой алгебре высказываний.
18. Булева алгебра высказываний (исчисление эквивалентных формул). Доказуемость формул и выводимость из гипотез. Теорема об отрицании.
19. Булева алгебра множеств. Булеан  $2^U$ . Число элементов  $2^U$ . Теорема о дополнении.
20. Теорема 6 о функциональной полноте (необходимость). Следствие 1.
21. Теорема о функциональной полноте (достаточность).
22. Следствие 2 Теоремы о функциональной полноте (число предполных классов есть в точности 5). Определение базиса множества булевских функций. Как найти базис множества булевских функций (следствие Теоремы 6 о функциональной полноте)?

**Вопросы 2-го семестра:**

1. Множества Хинтикки и лемма Хинтикки для логики высказываний.
2. Теорема о корректности для метода аналитических таблиц для логики высказываний.
3. Теорема о полноте для логики высказываний.
4. Приведение к д.н.ф. методом аналитических таблиц.
5. Приведение к к.н.ф. методом аналитических таблиц.
6. Нахождение контроценок методом аналитических таблиц.
7. Лемма Кёнига.
8. Устранение кванторов для конечного универсума. Вывод формулы для композиции бинарных отношений.
9. Приведение к стандартной форме Скулема. Эрбранов универсум.
10. Н-интерпретация, Н-интерпретация  $I^*$ , соответствующая интерпретации  $I$ . Теорема 2 о невыполнимости множества дизъюнктов  $S$ .

11. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия I).
12. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия II) (без доказательства).
13. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема 5 о резольvente.
14. Подстановка, композиция подстановок, унификация. Алгоритм унификации. Леммы 1-3.
15. Теорема 6 об унификации.
16. Метод резолюций для логики предикатов. Определение резольventы. Резолютивный вывод. Лемма подъема.
17. Теорема 8 о полноте метода резолюций для логики предикатов.
18. Теорема корректности для логики предикатов (метод аналитических таблиц).
19. Множества Хинтикки и Лемма Хинтикки для логики предикатов.
20. Теорема о полноте для логики предикатов (метод аналитических таблиц).

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### а) Основная литература

1. *Певзнер М.С., Финн В.К.* Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989.
2. *Чень Ч., Ли Р.* Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983.
3. *Новиков Ф.А.* Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).
4. *Лавров И.А., Максимова Л.Л.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975.
5. *Гладкий А.В.* Математическая логика. – М.: РГГУ, 1998.
6. *Вагин, В. Н.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах : учебное пособие / В. Н. Вагин. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 704 с. — ISBN 978-5-9221-0962-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2357>

#### б) Дополнительная литература

1. Многозначные логики и их применения. Том 1. Логические исчисления, алгебры и функциональные свойства // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008
2. Многозначные логики и их применения. Том 2. Логика в системах искусственного интеллекта // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008

### 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://isdwiki.rsuh.ru/moodle/course/view.php?id=11>
2. <http://www.wolframalpha.com/>

### 6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global

	SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

#### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебный класс с хорошей доской, компьютером и видеопроектором.

#### Перечень ПО

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения ( <i>лицензионное или свободно распространяемое</i> )
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
3	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
5	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
6	Zoom	Zoom	лицензионное

#### 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей.

Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные

технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы семинарских занятий

#### Тема 1. (14 ч.) Алгебра логики

*Цель занятий:* усвоить основные понятия алгебры логики, научиться строить истинностные таблицы, осуществлять вывод в исчислении эквивалентных формул, находить СДНФ и СКНФ, определять принадлежность функций алгебры логики к предполным классам, отвечать на вопрос о функциональной полноте конечных множеств функций, находить базисы систем функций.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Что такое формула логики высказываний? Что такое СДНФ и СКНФ? Какими способами можно найти СДНФ и СКНФ формулы логики высказываний? Что такое функция алгебры логики? Что такое суперпозиция функций алгебры логики? Какие классы функций называются замкнутыми, полными и предполными? Как можно использовать теорему о функциональной полноте для доказательства функциональной полноты системы функций и определения базисов систем функций?

*Контрольные вопросы:*

1. Логические связки, формулы логики высказываний. Истинностные таблицы логических операций.
2. Аксиомы и правила вывода ИЭФ. Теоремы о корректности и полноте ИЭФ.
3. СДНФ, СКНФ и способы приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ.

4. Булевские функции и их суперпозиция. Замкнутые классы булевских функций. Предполные классы. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 2. (14 ч.) Логика высказываний**

*Цель занятий:* освоить метод аналитических таблиц, научиться использовать аналитические таблицы для решения различных задач.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Что такое альфа- и бета-правила? Какие формулы являются доказуемыми? В каком случае мы говорим, что формула выводима из совокупности гипотез? Что такое множество Хинтикки? Как использовать аналитические таблицы для приведения к ДНФ и КНФ? Как использовать аналитические таблицы для решения текстовых логических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Альфа- и бета-правила. Аналитические таблицы.
2. Доказуемость формул и выводимость из совокупности гипотез.
3. Деревья. Лемма Кёнига. Теорема Компактности.
4. Множества Хинтикки. Лемма Хинтикки. Теоремы о корректности и о полноте.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 3. (12 ч.) Множества и отношения**

*Цель занятий:* познакомиться с булевой алгеброй множеств, познакомиться со свойствами бинарных отношений и способами определения отношений, рассмотреть важные классы бинарных отношений (отношения эквивалентности и частичного порядка), научиться решать задачи с использованием аксиом булевой алгебры и свойств бинарных отношений.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Положи ли аксиомы булевой алгебры множеств на аксиомы ИЭФ? Как определяется симметрическая разность множеств и какой операции алгебры логики она соответствует? Какое отношение называется отношением эквивалентности? Каков интуитивный смысл отношений эквивалентности? Как связаны между собой отношения эквивалентности и разбиения? Что такое диаграмма Хассе? Как используется диаграмма Хассе для представления отношения частичного порядка? Что такое полурешетка, квазирешетка и решетка?

*Контрольные вопросы:*

1. Булева алгебра множеств и ее сходство с булевой алгеброй классической логики.
2. Бинарные отношения и их свойства.
3. Отношения эквивалентности. Разбиения.
4. Отношения порядка. Диаграммы Хассе. Полурешетки, квазирешетки, решетки.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 4. (12 ч.) Логика предикатов**

*Цель занятий:* ознакомить студентов с основными понятиями и результатами логики предикатов, научить применять исчисление предикатов для решения практических задач.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Каков интуитивный смысл кванторов? Каким образом можно перевести на язык логики предикатов математические утверждения? Как можно формально определить семантику логики предикатов? Каковы правила аналитических таблиц для логики предикатов и каков предпочтительный порядок их использования? Как можно применять аналитические таблицы для логики предикатов при решении практических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Язык логики предикатов. Кванторы.
2. Семантика логики предикатов. Реляционные системы. Модели. Общезначимость.
3. Предикаты на конечных универсумах.
4. Аналитические таблицы для логики предикатов.
5. Лемма Хинтикки. Теоремы о корректности и о полноте системы аналитических таблиц для логики предикатов. Теорема компактности.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 5. (20 ч.) Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем**

*Цель занятий:* усвоить основные методы решения линейных уравнений.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Каков алгоритм приведения формулы к предваренной нормальной форме? Как порождается нормальная форма Скулема? Как связаны между собой исходная формула и ее нормальная форма Скулема? Будет ли нормальная форма Скулема эквивалентна исходной формуле? Как можно построить эрбрановский универсум для множества дизъюнктов? Как определить Н-интерпретацию? Как применять алгоритм унификации? Как использовать метод резолюций для решения практических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Предваренные нормальные формы. Нормальные формы Скулема.
2. Теорема о противоречивости формулы, представленной в нормальной форме Скулема.
3. Эрбрановский универсум. Н-интерпретации множества дизъюнктов.
4. Семантические деревья. Опровергающие вершины.
5. Теорема Эрбрана (вариант I и вариант II).
6. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente.
7. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации.
8. Метод резолюция для логики предикатов. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций.

*Список источников и литературы:*

1. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Наименование раздела дисциплины	Кол-во часов	Вопросы для изучения	Литература
---------------------------------	--------------	----------------------	------------

<p><b>Математическая логика.</b> <b>Часть 1</b></p>			
<p>Алгебра логики</p>	<p>24</p>	<p>Язык логики высказываний. Логические связки. Формулы. Булевские оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы, выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевские функции. Суперпозиции булевских функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевских функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевских функций. Число булевских функций, зависящих от <math>n</math> переменных. Классы <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Замкнутость <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Предполнота <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Класс линейных функций <math>L</math>. Замкнутость <math>L</math>. Предполнота <math>L</math>. Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций <math>M</math>. Замкнутость <math>M</math>. Предполнота <math>M</math>. Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций <math>S</math>. Замкнутость <math>S</math>. Предполнота <math>S</math>. Лемма о несамодвойственной функции. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).</p>
<p>Логика высказываний</p>	<p>24</p>	<p>Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ. и КНФ. методом а.т.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).</p>
<p>Множества и отношения</p>	<p>22</p>	<p>Булева алгебра множеств. Кортежи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевских операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и решеток: некоторые трехзначные логики.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72).</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).</p>
<p><b>Математическая логика.</b> <b>Часть 2</b></p>			
<p>Логика предикатов</p>	<p>34</p>	<p>Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49).</p>

		первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов)..	Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).
Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	36	Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов S. Необходимое и достаточное условие невыполнимости S. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente как следствии дизъюнктов C1 и C2. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций. Стратегия вычеркивания. Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.	Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).

#### Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Освоение дисциплины «Математическая логика» предполагает активную самостоятельную работу студента. Самостоятельная работа студента состоит из:

- подготовки к лекциям и семинарам (чтению и усвоению соответствующей литературы, указанной в таблице «Планы семинарских занятий», а также конспектов предыдущих лекций и дополнительной литературы);
- выполнения домашних заданий;
- выполнения домашних индивидуальных контрольных работ;
- подготовки к контрольным работам, зачету и экзамену.

Самостоятельная работа студента является важным компонентом обучения. Студент обязан приходить на лекции и семинары предварительно подготовившись по пройденным темам, которые используются в текущих лекциях и семинарах.

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая логика» является частью *математического и общенаучного цикла дисциплин* (Б2) подготовки студентов по направлению подготовки 036000 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Дисциплина реализуется на отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере.

*Цель дисциплины:* развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (натуральные исчисления).

*Задачи дисциплины:*

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

*Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:*

ОПК-1.1 Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования.

ОПК-1.2 Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.

ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.

В результате освоения дисциплины (*модуля*) обучающийся должен:

*Знать:*

- характеристики аксиоматического метода (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций; бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра; логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модел, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о функциональной полноте системы булевских функций (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- леммы Хинтички и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- способы доступа к информационным ресурсам по математической логике (ОПК-2.2).

*Уметь:*

- формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать алгебру бинарных отношений (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике (ОПК-2.2).

*Владеть:*

- навыками построения истинностных таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками тождественных преобразований в алгебре логики (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками построения аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2).

По дисциплине предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме устных ответов у доски, выполнения письменных домашних заданий и написания контрольных работ, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**