

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИСТОРИКО-ЭКОНОМИКИ. УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра моделирования в экономике и управлении

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

38.03.01 Экономика

---

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

Международная экономическая деятельность

---

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: *очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2022

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рабочая программа дисциплины

*Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент, Л.Н. Сидорова*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ 06 от 13.04.22 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Пояснительная записка .....	4
<b>1.1.</b>	<b>Цель и задачи дисциплины .....</b>	<b>4</b>
<b>1.2.</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций .....</b>	<b>4</b>
<b>1.3.</b>	<b>Место дисциплины в структуре образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
2.	Структура дисциплины.....	5
3.	Содержание дисциплины .....	5
4.	Образовательные технологии .....	9
5.	Оценка планируемых результатов обучения.....	10
<b>5.1</b>	<b>Система оценивания .....</b>	<b>10</b>
<b>5.2</b>	<b>Критерии выставления оценки по дисциплине .....</b>	<b>11</b>
<b>5.3</b>	<b>Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....</b>	<b>12</b>
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	14
<b>6.1</b>	<b>Список источников и литературы .....</b>	<b>14</b>
<b>6.2</b>	<b>Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....</b>	<b>14</b>
7.	Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	15
8.	Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....	15
9.	Методические материалы.....	16
<b>9.1</b>	<b>Планы семинарских занятий .....</b>	<b>16</b>
<b>9.2</b>	<b>Методические рекомендации по подготовке письменных работ .....</b>	<b>20</b>
	Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины .....	22

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Дисциплина «Математический анализ» входит в состав обязательной части блока дисциплин учебного плана.

**Цель дисциплины** – общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;

сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	ОПК-2.1. Использует методы сбора, анализа и оценки информации, отражающей состояние и тенденции в экономике	<p><b>Знать:</b> основы математического анализа – теорию пределов и непрерывности, дифференциальное исчисление и методы исследования функций одной переменной, дифференциальное исчисление и методы исследования функций двух переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, – в объеме, необходимом для решения экономических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> решать типовые математические задачи указанных разделов.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач</p>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 дисциплин ООП ВПО. Курс дисциплины опирается на школьную программу. В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующей дисциплины - «Эконометрика».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 академических часа (ов).

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	18
1	Семинары/лабораторные работы	24
2	Лекции	18
2	Семинары/лабораторные работы	24
Всего:		84

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 114 академических часа(ов).

## 3. Содержание дисциплины

### РАЗДЕЛ 1. ИНВЕСТИЦИОННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1-й семестр 1	Элементы теории множеств	Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.
2	Функция одной переменной. Основные понятия	Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Производственные функции. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.
3	Числовые последовательности	Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
4	Предел функции одной переменной	Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне).

		<p>Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений.</p> <p>Замечательные пределы и их следствия. Число <math>e</math> как предел последовательности. Экономический смысл числа <math>e</math> и показательной функции, связь с формулой вычисления сложных процентов. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.</p>
5	Непрерывность функции одной переменной	<p>Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва и их классификации. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.</p>
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	<p>Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой.</p> <p>Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталю–Бернулли. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.</p>
8	Исследование функции одной переменной и построение графиков	<p>Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика</p>

		<p>функции. Общая схема исследования функции и построения графика. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Постановка и решение простейших оптимизационных экономических задач. Эластичность и ее применение в экономическом анализе. Свойства эластичности и эластичность элементарных функций. Виды эластичностей в экономике: эластичность по цене, по доходу, эластичность замещения ресурсов и т.п. Простейшие экономические модели, использующие понятие эластичности, связь эластичности с выручкой продавцов и расходами покупателей, связь цены и издержек в условиях монополии, эластичность и налоговая политика. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.</p>
2-й семестр №9	<p>Функции нескольких переменных. Основные понятия</p>	<p>Понятие о метрическом пространстве. Характеристики области: открытая/замкнутая, ограниченная/неограниченная, связная/несвязная, выпуклая/выпуклая. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания. Линия и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p>
10	<p>Производные и дифференциалы функции нескольких переменных</p>	<p>Частные производные и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная. Производная по направлению. Градиент.</p>
11	<p>Экстремумы функции двух переменных</p>	<p>Основные понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Однородные функции. Производственные функции и их исследование с помощью производных. Предельные и средние экономические показатели на базе производственных функций. Постановки экономических оптимизационных задач и обзор методов их решения. Задача максимизации прибыли фирмы. Задача максимизации объема выпускаемой продукции при ограничении затрат на приобретение ресурсов.</p>
12	<p>Первообразная и неопределенный интеграл</p>	<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод</p>

		непосредственного интегрирования, метод замены переменной, подведение под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.
13	Определенный интеграл	Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.
14	Несобственные интегралы	Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.
15	Дифференциальные уравнения	Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.
16	Числовые ряды	Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши). Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.



## 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	Элементы теории множеств	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
2	Функция одной переменной. Основные понятия	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
3	Числовые последовательности	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
4	Предел функции одной переменной	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
5	Непрерывность функции одной переменной	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий. Контрольная работа
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
7	Исследование функции одной переменной и построение графиков	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Приём практических заданий. Контрольная работа №2.
8	Функции нескольких переменных. Основные понятия	Лекция, семинар	Опрос по лекционному материалу. Проверка выполнения домашних заданий
9	Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
10	Экстремумы функции двух переменных	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
11	Первообразная и неопределенный интеграл	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
12	Определенный интеграл	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
13	Несобственные интегралы	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
14	Дифференциальные	Лекция, семинар	Контрольная работа № 3

	уравнения		
15	Числовые ряды	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий
16	Элементы теории множеств	Лекция, семинар	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Доклад-презентация. Проверка выполнения домашних заданий

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

контрольных работы (текущий контроль успеваемости) и одна итоговая работа в виде коллоквиума (промежуточный контроль).

Общая оценка успеваемости студента по предмету в каждом семестре выставляется за совокупный результат:

- активного участия студента в семинарских занятиях (максимальное количество баллов – 10);
- качества выполнения домашних заданий (максимальное количество баллов – 20);
- качества выполнения письменных контрольных работ (максимальное количество баллов – 30);
- коллоквиума (максимальное количество баллов – 40).

Промежуточная форма контроля – экзамен в каждом семестре.

Студент аттестуется положительно по дисциплине «Математический анализ» и получает оценку «удовлетворительно», если он набирает 50-67 баллов, оценку «хорошо» – 68-82 баллов и «отлично» – 83-100 баллов.

Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D

50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

#### ЧАСТЬ 1

#### Задания для текущего контроля успеваемости

#### Контрольная работа № 1 «Вычисление пределов»

Тип: письменная, 8-я неделя первого семестра. Количество часов: 1 час. Содержание: решение задач по темам № 3–5. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(5x^2 - 1)^2 (2x + 3)^3}{(5x + 2)^5 (4x^2 - 3)}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - 3x^2 - 5x}{x^3 + 8}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0,3^{2x} - 1}{1 - \sqrt{1 + \sin(x/2)}}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x + 2}{5x - 3} \right)^{2x-1};$$

5) Определить точки разрыва, их тип и начертить эскиз графика функции: .

#### Контрольная работа №2 «Производная функции одной переменной. Правило Лопиталья»

Тип: письменная, 11-я неделя первого семестра. Количество часов: 2 час. Содержание: решение задач по теме № 6. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

1) Найти производную функции  $y = \sqrt{\cos^5 \sin \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}$ .

2) Найти дифференциал функции  $y = (\lg(1 - x))^{\sin 2x}$ .

3) Найти производную неявно заданной функции  $y(x): \frac{1-x^2}{\sin y} = \sqrt{2xy^2} + \sin \frac{??}{13}$ .

4) Раскрыть неопределенности с использованием правила Лопиталья .

5) Провести полное исследование и построить график функции  $y = \ln \frac{x-3}{x+3}$ .

#### Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Основные числовые множества. Свойства множества действительных чисел. (ОПК-2.1)
2. Определение функции, способы ее задания. Обратная функция, сложная функция. (ОПК-2.1)
3. Определение предела числовой последовательности. Определение бесконечно малой последовательности. (ОПК-2.1)
4. Свойства сходящихся последовательностей (сумма, произведение, частное). (ОПК-2.1)
5. Монотонные последовательности. Теорема о существовании предела у монотонной последовательности. (ОПК-2.2)
6. Определение предела функции по Гейне и по Коши. (ОПК-2.1)
7. Определение одностороннего предела функции в точке. Связь между односторонними пределами и обычным пределом. (ОПК-2.2)
8. Ограниченность функции, имеющей предел. (ОПК-2.2)
9. Основные теоремы о пределах функций в точке (сумма, произведение, частное). (ОПК-2.1)
10. Первый и второй замечательные пределы. (ОПК-2.1)
11. Определение непрерывной функции в точке, на интервале, на отрезке. (ОПК-2.2)

12. Классификация точек разрыва. (ОПК-2.1)
13. Определение производной функции в точке. Геометрический смысл производной. (ОПК-2.1)
14. Производная суммы, произведения и частного функций. (ОПК-2.2)
15. Производная сложной функции. Производная обратной функции. (ОПК-2.1)
16. Правило Лопиталья. (ОПК-2.2)
17. Производные высших порядков. Формула Тейлора. (ОПК-2.1)
18. Экстремумы функций одной переменной. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. (ОПК-2.2)
19. Выпуклость: определение, признаки. Точки перегиба. Асимптоты. (ОПК-2.2)

## ЧАСТЬ 2

### Задания для текущего контроля успеваемости

#### Контрольная работа №3 «Функции нескольких переменных. Неопределенные интегралы»

Тип: письменная, 8-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час. Содержание: решение задач по темам № 8–10. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

- 1) Найти частные производные первого порядка функции  $u = x^{y-2z} + \lg^3 \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg}\left(2x^5/z\right)$ .
- 2) Исследовать на локальные экстремумы функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
- 3) Найти условные экстремумы функции  $z = y^3 - 3x^2 + 2y^2$  при  $x^2 - y^2 = 4$ .
- 4)  $\int_1^2 \frac{e^{1/x^2}}{2x^3} dx$ ;      5)  $\int \frac{8x^2-5}{4x^2-3x-1} dx$ .

#### Контрольная работа №4 «Определенные интегралы. Дифференциальные уравнения. Числовые ряды»

Тип: письменная, 15-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час. Содержание: решение задач по темам № 12–15. Максимальная оценка: 20 баллов.

#### Типовой вариант

- 1)  $\int_0^{2/3} (1+2x)\cos 3x dx$ .
- 2) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y_1 = \ln x$ ,  $y_2 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$ .
- 3) Найти значение несобственного интеграла или установить его расходимость:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + \sqrt{17}}$ .
- 4) Решить дифференциальное уравнение относительно функции  $y(x)$ :  $y' = 4y$ ,  $y(1) = 3$ .
- 5) Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n^2 - 1}$ .

#### Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Функции многих переменных: основные понятия. Линии уровня. (ОПК-2.1)
2. Предел, непрерывность функции многих переменных: определение, свойства. (ОПК-2.1)
3. Частные производные, градиент, первый дифференциал функции многих переменных. (ОПК-2.1)
4. Частные производные второго порядка, второй дифференциал функции многих переменных. (ОПК-2.1)
5. Экстремумы функций многих переменных: определение, необходимые и достаточные условия. (ОПК-2.2)

6. Условный экстремум: метод множителей Лагранжа. (ОПК-2.1)
7. Определение первообразной. Свойство линейности первообразных: сумма, произведение на константу. (ОПК-2.1)
8. Неопределенный интеграл: определение. Таблица неопределенных интегралов. (ОПК-2.1)
9. Методы интегрирования: замена переменной, по частям. (ОПК-2.2)
10. Методы вычисления неопределенного интеграла (метод неопределенных коэффициентов). (ОПК-2.2)
11. Определенный интеграл: определение, геометрический смысл. (ОПК-2.1)
12. Основная теорема анализа. Формула Ньютона–Лейбница. (ОПК-2.2)
13. Свойства определенного интеграла. (ОПК-2.1)
14. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. (ОПК-2.1)
15. Простейшие дифференциальные уравнения типа. (ОПК-2.1)
16. Линейные дифференциальные уравнения типа. (ОПК-2.1)
17. Числовые ряды: общие понятия и определения. (ОПК-2.2)
18. Признаки сходимости рядов. (ОПК-2.2)  
Ряды Тейлора и Маклорена. (ОПК-2.1)

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1 Список источников и литературы**

#### *Основная литература*

1. Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин. Математический анализ в 2-х ч. Ч.1: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 3-е изд., испр. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2022 - 244 с.
2. Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин. Математический анализ в 2-х ч. Ч.2: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 3-е изд., испр. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2022 - 389 с.

#### *Дополнительная литература*

1. Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман, Б.А. Путко, И.М. Тришин. Высшая математика для экономического бакалавриата. В 3-х частях. Ч.2: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 5-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2023 - 239 с.
2. Высшая математика для экономического бакалавриата. В 3-х частях. Ч.3: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 5-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2023 - 416 с.

### **6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».**

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)  
 Электронная библиотека Grebennikon.ru [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru)  
 Cambridge University Press  
 ProQuest Dissertation & Theses Global

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Лекционный материал для студентов содержит статистические данные, а также сравнительные характеристики изменения динамики экономических показателей.

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине необходима аудитория, оснащенная ПК и мультимедиа-проектором.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы семинарских занятий

**Цель семинарских занятий:** научить ориентироваться в системе показателей результатов хозяйственной деятельности на макро- и микроуровнях, обучить методам экономического анализа социальных явлений.

Схема семинарского занятия (учебная пара длительностью 80 мин.): блиц-опрос на предмет усвоения теоретического материала (10 мин.), опрос по выполненному домашнему заданию (20 мин.), дискуссия по экономическим проблемам (10 мин.), тестирование (15 мин.), доклад-презентация (15 мин.), ответы на вопросы студентов (10 мин.).

#### Семинар № 1

**Тема: Функция одной переменной: область определения, область значений, четность/нечетность, обратная функция. Построение графиков методом преобразования**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятия функции одной переменной: область определения, область значений.
- 2) Четность/нечетность.
- 3) Обратная функция.
- 4) Графики основных элементарных функций.
- 5) Основные методы преобразования графиков функций.

#### Семинар № 2. Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие числовой последовательности. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности
- 2) Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
- 3) Арифметические свойства пределов. Раскрытие неопределенностей  $[\infty/\infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ .

#### Семинар № 3. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Предел функции на бесконечности.



2) Предел функции в точке (по Коши).

3) Вычисление пределов алгебраических выражений: раскрытие неопределенностей  $[\infty/\infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ ,  $[0/0]$ .

**Семинар № 4. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №1**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 2) Первый и второй замечательные пределы.

**Семинар № 5. Вычисление сложных процентов**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Простые проценты.
- 2) Сложные проценты: прямая и обратные задачи.

**3) Контрольная работа № 1**

**Семинар № 6. Непрерывность функции одной переменной**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
- 2) Односторонние пределы.
- 3) Точки разрыва и их классификации.

**Семинар №7. Производные элементарных функций, правила дифференцирования, производная сложной функции**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие производной функции одной переменной.
- 2) Таблица производных.
- 3) Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
- 4) Производная сложной функции.

**Семинар №8. Производные высших порядков. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производные высших порядков.
- 2) Логарифмическое дифференцирование.
- 3) Производная неявно заданной функции.

**Семинар № 9. Касательная и нормаль. Дифференциал. Применение дифференциала для приближенных вычислений**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Уравнения касательной и нормали к кривой.
- 2) Дифференциал функции, геометрический смысл.
- 3) Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

**Семинар № 10. Правило Лопитала. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №2**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей  $[0/0]$ ,  $[\infty/\infty]$ .
- 2) Раскрытие неопределенностей с использованием правила Лопитала.

**3). Контрольная работа №2.**

**Семинар №12. Формула Тейлора**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Формула Тейлора для многочлена.
- 2) Формула Тейлора для произвольной функции.

**Семинар №13. Исследование функции одной переменной: возрастание/убывание, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- 2) Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

**Семинар №14. Выпуклость/вогнутость, точки перегиба, асимптоты**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на выпуклость/вогнутость функции. Точки перегиба.
- 2) Асимптоты графика функции.

**Семинар № 15. Полное исследование и построение графика функции**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Общая схема исследования функции и построения графика.
- 2) Контрольная работа №3

**Часть 2**

**Семинар №17. Функции двух переменных: область определения, линии уровня, предел, непрерывность**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Область определения функции двух переменных, ее характеристики.
- 2) Семейство линий уровня функции двух переменных.
- 3) Предел и непрерывность функции двух переменных.

**Семинар №18. Частные производные. Частный и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Частное и полное приращение функции двух переменных.
- 2) Определение частных производных. Техника дифференцирования.

- 3) Частные и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- 4) Производная сложной функции. Полная производная.

### **Семинар №19. Производная по направлению. Градиент**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производная по направлению.
- 2) Градиент функции и его свойства.

### **Семинар № 20. Локальные экстремумы функции двух переменных. Метод наименьших квадратов**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
- 2) Метод наименьших квадратов для определения параметров линейной регрессии.

### **Семинар № 21. Условн**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
- 2). Контрольная работа №4

### **Семинар №23. Неопределенный интеграл: табличные интегралы, подведение под знак дифференциала, замена переменных**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
- 2) Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.

Семинар № 24. Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Метод интегрирования по частям.
- 1) Интегрирование рациональных дробей.

Семинар № 25. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции). Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №5

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2) Методы вычисления определенного интеграла.
- 3) Вычисление площади плоской фигуры.

### **Семинар №26. Контрольная работа № 5**

### **Семинар №27. Несобственные интегралы**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.
- 2) Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

**28. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяемыми переменными, однородные, линейные**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
- 2) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
- 3) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

**Семинар №29. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка; линейные с постоянными коэффициентами**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка.
- 2) Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

**Семинар № 30. Числовые ряды. Свойства, необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши)**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Основные понятия числовых рядов. Свойства, необходимый признак сходимости.
- 2) Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).

**Семинар №31. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе № 6**

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
- 2) Знакопеременные ряды. Исследование на абсолютную и условную сходимость.
- 3) Вычисление суммы ряда с заданной точностью.

**Семинар № 32. Контрольная работа № 6**

## 9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Презентация – документ или комплект документов, предназначенный для представления материала.

Цель презентации – донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации в удобной форме.

Презентация может представлять собой сочетание текста, гипертекстовых ссылок, компьютерной анимации, графики, видео, музыки и звукового ряда, которые организованы в единую среду. Презентация имеет сюжет, сценарий и структуру, организованную для удобного восприятия информации. Отличительной особенностью презентации является её интерактивность, то есть создаваемая для пользователя возможность взаимодействия через элементы управления.

Требования к подготовке презентации:

1. Не более 10 слайдов
2. Краткое тезисное, схематичное изложение материала
3. Использование иллюстраций
4. Приведение статистических данных с указанием информационных источников

Первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название темы доклада и фамилия, имя, отчество автора.

Дизайн-эргономические требования: сочетаемость цветов, ограниченное количество объектов на слайде, цвет текста. В презентации необходимы импортированные объекты из существующих цифровых образовательных ресурсов.

В презентации доклада должна прослеживаться логика изложения материала. Текстовая часть слайда должна быть представлена в тезисной форме. Если автор приводит статистические или аналитические данные, то наиболее подходящей формой является использование графиков и диаграмм, наглядно демонстрирующих сделанные в ходе работы над докладом выводы.

В оформлении презентаций выделяют два блока: оформление слайдов и представление информации на них. Для создания качественной презентации необходимо соблюдать ряд требований, предъявляемых к оформлению данных блоков. Во время презентации очень эффективны так называемые «воздействующие слайды». Это должен быть наиболее запоминающийся образ презентации в целом, например, рисунок, который можно оставить на экране после окончания презентации. Любая презентация станет более эффективной, если она будет проиллюстрирована схемами и диаграммами. При этом важно не перегружать их пояснениями. Если при подаче материала возникает необходимость демонстрации таблиц, то рекомендуется выделять цветом наиболее важные строки и столбцы таблицы.

Использование иллюстраций и анимации в презентации допускается, однако используемые графические объекты должны быть логически связаны с представленным на слайдах текстовым материалом, а также быть корректными и уместными для представления в учебной аудитории.

Объекты на слайдах могут сразу присутствовать на слайдах, а могут возникать на них в нужный момент по желанию докладчика, что усиливает наглядность доклада и привлекает внимание аудитории именно к тому объекту или тексту, о которых в данный момент идет речь.

### ***Рекомендации по подготовке доклада***

Доклад является одной из форм исследовательской работы студентов, также формой текущей аттестации студентов.

Задачей подготовки доклада является:

- Развитие умения отбора и систематизации материала по заданной теме;
- Формирование умения представления своей работы в аудитории.

Процесс подготовки доклада включает в себя несколько этапов:

- Составление плана работы.
- Подбор литературы по выбранной теме.
- Написание содержательной части доклада.
- Подготовка выводов по проделанной работе.

Объем работы должен составлять не более 10 страниц, 14 шрифт Times New Roman, через 1,5 интервала.

Оформление работы:

Титульный лист.

Введение (отражается актуальность выбранной темы доклада).

Основная содержательная часть.

Заключение (должны быть сформулированы общие выводы по основной теме, отражено собственное отношение к проблемной ситуации).

Список использованной литературы.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математический анализ» входит в состав обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Цель дисциплины – общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;
- сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.
- анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

**ОПК-2.** Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.

**ОПК-2.1.** Использует методы сбора, анализа и оценки информации, отражающей состояние и тенденции в экономике

**Знать:**

основы математического анализа – теорию пределов и непрерывности, дифференциальное исчисление и методы исследования функций одной переменной, дифференциальное исчисление и методы исследования функций двух переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, – в объеме, необходимом для решения экономических задач.

**Уметь:**

решать типовые математические задачи указанных разделов.

**Владеть:**

навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой и экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единицы.