

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(РГГУ)**

*ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА (ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ)  
Кафедра моделирования в экономике и управлении*

***ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**38.03.01 Экономика**

*(код и наименование направления подготовки)*

**Международная экономическая деятельность**

*(наименование направленности (профиля) образовательной программы)*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Формы обучения: очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2022

*Линейная алгебра*

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

*канд. физ.-мат. наук, доцент, Л.Н. Сидорова*

.....

Ответственный редактор

.....

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ 06 от 13.04.22

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

2.1 Очная форма обучения

2.2 Очно-заочная форма обучения

2.3 Заочная форма обучения

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических (семинарских, лабораторных) занятий

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины «Линейная алгебра»

Цель дисциплины - обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Задачи дисциплины:

- изучение основ линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование умения применять основные понятия и методы линейной алгебры и линейного программирования для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2 Способен осуществлять сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской(финансовой), налоговой и статистической отчетности в целях оценки эффективности и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта, а также выявления, предупреждения, локализации и нейтрализации внутренних и внешних угроз и рисков	ОПК-2.1 Осуществляет сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской(финансовой), налоговой и статистической отчетности	<i>Знать:</i> Основные понятия линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования. <i>Уметь:</i> Использовать математический аппарат теории матриц, линейных пространств, линейных операторов; анализировать и решать системы линейных уравнений; решать простейшие задачи линейного программирования; применять усвоенные математические понятия и методы анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления. <i>Владеть:</i> Навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения

		математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.
--	--	--

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Экономико-математические методы», «Экономико-математические модели», «Эконометрика», «Макроэкономика», «Микроэкономика», Преддипломная практика, Научно-исследовательская работа.

### 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часов.

#### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
<b>1</b>	Лекции	<b>32</b>
<b>1</b>	Семинары	<b>24</b>
<b>Всего:</b>		<b>56</b>

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 70 академических часов, контроль (экзамен) 18 час.

### 3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	<p><u>Тема 1.</u> СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОД ГАУССА. Введение в курс. Основные этапы становления современной математики и ее структура. Значение математических знаний в современном образовании экономиста и менеджера. Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Частные и общее решения. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).</p> <p><u>Тема 2.</u> МАТРИЦЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ. Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, произведение, возведение в целую степень, матричные многочлены, транспонирование. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы.</p> <p><u>Тема 3.</u> ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. МИНОРЫ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ. ТЕОРЕМА ЛАПЛАСА. Основные понятия. Схема вычисления определителей 1–3 порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Общая формула для вычисления определителей: теорема Лапласа.</p> <p><u>Тема 4.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД КРАМЕРА. Матричные уравнения 2-ого и 3-его порядка. Формулы Крамера.</p> <p><u>Тема 5.</u> ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. ПОСТРОЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Алгоритм построения обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 6.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Матричные уравнения 2-ого и 3-его порядка. Решение методом обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 7.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ХАРАКТЕРНЫЕ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ. Матричные уравнения, характерные для реальных экономических задач. Решение методом обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 8.</u> РАНГ МАТРИЦЫ. БАЗИСНЫЙ МИНОР МАТРИЦЫ. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ. Ранг матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о ранге матрицы и ее следствия. Базис и размерность линейного пространства. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p><u>Тема 9.</u> ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.</p>

#### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование темы	Виды учебной работы	Образовательные технологии
1	2	3	4
Первый семестр. Часть I.			
1.	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	Лекция 1	Вводная лекция
		Лекции 1, 2, 3, 6, 7, 9, 11	Проблемная лекция.
		Лекции 2-11	Лекция-визуализация Лекция-беседа с элементами обратной связи
		Семинары 1-2	Case-study анализ (разбор конкретной экономической задачи) Семинар-дискуссия
		Семинары 1-5, 7-8	Семинар-дискуссия
		Самостоятельная работа	Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

#### 5. Оценка планируемых результатов обучения

##### 5.1. Система оценивания

##### Очная форма обучения

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Защита индивидуального домашнего задания		10 баллов
- Участие в дискуссии на семинаре, проверка текущего домашнего задания	1-2 балла	15 баллов
- Контрольная работа №1 (темы 1-4)		20 баллов
- Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу, письменно-устная форма) (темы 1-9)		15 баллов
Промежуточная аттестация (Контрольная работа №2, Итоговая) (темы 5-9)		40 баллов
<b>Итого за семестр</b> Выставляется Экзаменационная оценка по курсу «Линейная алгебра,		100 баллов

##### Очно-заочная форма обучения

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Участие в дискуссии на семинаре, проверка текущих домашних заданий	2-3 балла	25 баллов
- Контрольная работа №1 (темы 1-4)		20 баллов

- Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу, письменно-устная форма) (темы 1-9)		15 баллов
Промежуточная аттестация Контрольная работа №2, Итоговая (темы 5-9)		40 баллов
Итого за семестр Выставляется Экзаменационная оценка по курсу «Линейная алгебра,		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

В случае неаттестации обучающегося по курсу дисциплины пересдача осуществляется в форме традиционного экзамена, на котором предлагаются два варианта Контрольных работ (текущей и Итоговой) соответствующего семестра. Экзамен считается сданным, если решено более 2-х задач.



## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ А, В	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетвори- тельно»/ «зачтено (удовлетвори- тельно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

В процессе изучения курса проводится контроль знаний студентов в соответствии с Положением РГГУ о его проведении. Он предполагает учет результатов написания контрольных работ на семинарских занятиях, результатов самостоятельной работы по выполнению аналитических заданий, а также степени участия студентов в обсуждении вопросов и выполнения практических заданий на семинарских занятиях.

Оценка знаний представляет собой совокупность различных показателей работы студента в течение всего процесса обучения. По курсу «Линейная алгебра» предусматривается текущий контроль успеваемости в форме опроса на занятиях, выполнения текущих семинарских, домашних и индивидуальных заданий, выполнения контрольных работ. В семестре выполняются две контрольные работы (№1 и №3). Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу) проводится в письменно-устной форме. Промежуточная аттестация проводится в форме письменной Итоговой контрольной работы №2 с последующей ее защитой в устной форме, в результате чего студенту выставляются балл за экзамен (максимум 40 баллов).

С учетом набранных в сумме баллов (баллы текущего контроля и промежуточной аттестации) студенты получают общую оценку успеваемости. Итоговая оценка выставляется в полном соответствии с утверждённой в РГГУ рейтинговой системой контроля знаний.

#### *Текущий контроль*

При оценивании устного опроса и участия в дискуссии на семинаре учитываются:

- степень раскрытия содержания материала (0-2 балла);

- изложение материала (грамотность речи, точность использования терминологии и символики, логическая последовательность изложения материала (0-2 балла);
- знание теории изученных вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков (0-1 балл).

При оценивании выполнения практических заданий учитывается:

- знание теории изученных вопросов, правильное использование полученных знаний (0-1 балла);
- полнота выполнения типового задания и/или ситуационной задачи, полнота осмысления реальной профессионально-ориентированной ситуации, необходимой для решения данной проблемы (0-2 балла);
- правильность выбора методов и моделей, позволяющие оценивать и диагностировать умения и навыки синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей, поиском рациональных альтернативных вариантов (0-3 балла).

При оценивании Контрольных работ учитывается:

- полнота выполненной работы (задание выполнено не полностью и/или допущены две и более ошибки или три и более неточности) – 10-13 баллов;
- обоснованность содержания и выводов работы (задание выполнено полностью, но обоснование содержания и выводов недостаточны, но рассуждения верны) –14-17 баллов;
- работа выполнена полностью, в рассуждениях и обосновании нет пробелов или ошибок, возможна одна неточность – 18-20 баллов.

### *Промежуточная аттестация (экзамен)*

При проведении промежуточной аттестации студент должен решить 5 заданий и обосновать эти решения теоретически.

При оценивании заданий и ответов на вопросы теоретического характера учитывается:

- теоретическое содержание не освоено, знание материала носит фрагментарный характер, наличие грубых ошибок в ответе (1-3 балла);
- теоретическое содержание освоено частично, допущено не более двух-трех недочетов (4-7 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов, но обучающийся смог бы их исправить самостоятельно (8-11 баллов);
- теоретическое содержание освоено полностью, ответ построен по собственному плану (12-20 баллов).

При оценивании ответа на вопрос практического характера (решений) учитывается:

- ответ содержит менее 20% правильного решения (1-2 баллов);
- ответ содержит 21-89 % правильного решения (3-10 баллов);
- ответ содержит 90% и более правильного решения (11-20 баллов).

Ниже приводятся типовые Контрольные вопросы, необходимые для оценки знаний, умений, владений и опыта деятельности.

### **Контрольные вопросы по курсу «Линейная алгебра»**

1. Виды матриц. Примеры.

Ответ: Прямоугольная матрица  $B_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

квадратная матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

диагональная матрица  $D = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ ,

треугольная матрица  $C = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ ,

матрица-строка  $K_{1 \times 2} = (2 \ 3)$ ,

матрица-столбец  $M_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

единичная матрица  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

нулевая матрица  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Особенные матрицы: нулевая и единичная. Примеры.

Ответ:  $E$ - единичная матрица,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $O$ - нулевая матрица,  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Может ли нулевая матрица быть прямоугольной?

Ответ: Да, может. Например:  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Какие операции можно производить над матрицами?

Ответ: Умножать на число;

суммировать (вычитать), если матрицы одного размера;

умножать матрицы, если число столбцов первой совпадает с числом строк второй матрицы;

возводить в степень квадратные матрицы,

транспонировать матрицу.

5. Когда можно суммировать и вычитать матрицы? Примеры.

Ответ: Можно суммировать и вычитать матрицы, если матрицы одного размера.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \quad A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Когда можно умножать матрицы? Примеры.

Ответ: Умножать матрицы можно, если число столбцов первой совпадает с числом строк второй матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Транспонировать матрицу  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $A^T = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

8. Найти значение выражения:  $-5 \cdot A$ , где  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $-5A = -5 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -15 \\ -25 & 5 \end{pmatrix}$

9. Найти значение выражения:  $A + E$ , где  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ , а  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $A + E = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

10. Найти результат умножения матриц:  $A \cdot A$ , где  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $A \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & -9 \\ -15 & 16 \end{pmatrix}$

11. Возможно ли произведение матриц  $A \cdot B$ ? Если произведение возможно, то вычислить его, где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: Возможно, поскольку  $A_{2 \times 2} \cdot B_{2 \times 3} = C_{2 \times 3}$  (число столбцов матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$ )

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & 3 & 12 \\ 12 & 1 & 17 \end{pmatrix}$$

12. Возможно ли произведение матриц  $B \cdot A$ ? Если произведение возможно, то вычислить его, где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: Невозможно найти произведение, поскольку  $B_{2 \times 3} \cdot A_{2 \times 2}$  (число столбцов матрицы  $B$  не совпадает с числом строк матрицы  $A$ )

13. Возможно ли деление матриц  $A$  и  $B$ ?

Ответ: Не существует операции деления матриц.

14. Решить систему линейных уравнений (СЛУ). Ответить на вопросы. СЛУ

совместная или несовместная? Если совместная, то определенная или неопределенная?  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$

Ответ:  $(x_1=1, x_2=2)$ . СЛУ совместная, определенная.

15. Решить систему линейных уравнений (СЛУ). Ответить на вопросы. СЛУ совместная или несовместная? Если совместная, то определенная или неопределенная?  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$

Ответ:  $(x_1=c, x_2=c-1)$ , где  $c=\text{const}$ . СЛУ совместная, неопределенная.

16. Решить систему линейных уравнений (СЛУ). Ответить на вопросы. СЛУ совместная или несовместная? Если совместная, то определенная или неопределенная?  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 = 4 \end{cases}$

Ответ:  $(x_1, x_2) \in \emptyset$ . СЛУ несовместная (нет решений).

17. Решить СЛУ методом Гаусса (метод исключения неизвестных)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

Ответ:  $(x_1=1, x_2=2)$ . СЛУ совместная, определенная.

18. Решить СЛУ методом Гаусса (метод исключения неизвестных)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

Ответ:  $(x_1=3, x_2=2, x_3=-2)$ . СЛУ совместная, определенная.

19. Какое решение СЛУ называется тривиальным?

Ответ: Нулевое решение называется тривиальным.

20. Посчитать определитель матрицы  $A = (5)$

Ответ:  $\det(A)=5$ .

21. Посчитать определитель матрицы  $C = (-5)$

Ответ:  $\det(C)=-5$

22. Посчитать определитель единичной матрицы  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\det(E)=1$

23. Посчитать определитель матрицы  $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\det(B)=-13$

24. Какие матрицы называются вырожденными?

Ответ: Матрицы, определитель которых равен нулю, называются вырожденными.

25. Какие матрицы называются невырожденными?

Ответ: Матрицы, определитель которых не равен нулю, называются невырожденными.

26. Посчитать определитель треугольной матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

Ответ: По свойству определителя треугольной матрицы, легко посчитать, что определитель равен:  $\det(A) = -1 \cdot (-5) \cdot 6 = 30$ .

27. Посчитать определитель матрицы  $A$  по Правилу Сарруса (другое название: Правило Звезды, Правило Треугольников)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 4 & -5 & 7 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

Ответ:  $\det(A) = 67$

28. Посчитать Определитель матрицы  $A$  по теореме Лапласа (разложением по строке или столбцу)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 4 & -5 & 7 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

Ответ:  $\det(A) = 67$

29. Записать СЛУ в виде матричного уравнения  $AX=B$ , где  $A$ - матрица системы (матрица коэффициентов при переменных),  $X$ -матрица-столбец переменных, а  $B$  - матрица-столбец свободных членов.

$$\text{СЛУ: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

30. Записать СЛУ в виде матричного уравнения  $AX=B$ , где  $A$ - матрица системы,  $X$ -матрица-столбец переменных, а  $B$  - матрица-столбец свободных членов.

$$\text{СЛУ: } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

31. Условие, при котором можно использовать Правило Крамера для решения СЛУ.

Ответ: Матрица свободных членов должна быть матрицей-столбцом, определитель матрицы системы не должен равняться нулю.

32. Решить систему уравнений по правилу Крамера. Найти определитель матрицы системы и решить СЛУ. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

Ответ: ( $x_1=1, x_2=2$ ). СЛУ совместная, определенная.

33. Решить систему уравнений, используя правило Крамера. Найти определитель матрицы системы, решить СЛУ.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

Ответ: ( $x_1=3, x_2=2, x_3=-2$ ). СЛУ совместная, определенная.

34. Найти ранг матрицы  $A$ ,  $\text{Rang}A - ? A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\text{Rang}A=1$

35. Найти ранг матрицы  $A$ ,  $\text{Rang}A - ? A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\text{Rang}A=1$

36. Найти ранг матрицы  $A$ ,  $\text{Rang}A - ? A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\text{Rang}A=2$

37. Найти ранг матрицы  $A$ ,  $\text{Rang}A - ? A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \\ -8 & 3 & -25 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\text{Rang}A=2$

38. Найти ранг матрицы  $A$ ,  $\text{Rang}A - ? A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \\ -8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ:  $\text{Rang}A=3$

39. Исследовать систему линейных уравнений на совместность/несовместность, определенность/неопределенность, не решая ее. Использовать теорему Кронекера-Капелли, т.е. сравнить ранг матрицы системы уравнений ( $\text{Rang}A$ ) и ранг расширенной матрицы системы уравнений ( $\text{Rang}A_p$ ).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 15 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 11 \end{cases}$$

Ответ:  $\text{Rang}A=3, \text{Rang}A_p=3$ , т.е.  $\text{Rang}A = \text{Rang}A_p$   
 $n=3$  (число переменных), СЛУ совместная, определенная.

40. Исследовать СЛУ на совместность/несовместность, определенность/неопределенность, не решая ее. Использовать Теорему Кронекера-



Капелли, т.е. сравнить ранг матрицы системы уравнений ( $RangA$ ) и ранг расширенной матрицы системы уравнений ( $RangA_p$ ).

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases}$$

Ответ:  $RangA=2$ ,  $RangA_p=3$ , т.е.  $RangA \neq RangA_p$   
СЛУ несовместная (не имеет решения).

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Основная литература

1. Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман, И.М. Тришин. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 3-е изд., испр. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2023 - 422 с.

#### Дополнительная литература

1. Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман, Б.А. Путко, И.М. Тришин. Высшая математика для экономического бакалавриата. В 3-х частях. Ч.1: учебник и практикум для вузов. Под ред. Н.Ш. Кремера. 5-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2023 - 276 с.

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)
2. ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)
3. Электронная библиотека Grebennikon.ru [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru)
4. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - 576 с. *Интернет-ресурс:* [http://eknigi.org/estestvennye\\_nauki/83499-sbornik-zadach-po-vysshej-matematike-1-kurs.html](http://eknigi.org/estestvennye_nauki/83499-sbornik-zadach-po-vysshej-matematike-1-kurs.html)
5. Лекции по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для бакалавриата по направлению № 080200 – Менеджмент, № 080400 – Управление персоналом / Минобрнауки России, Федер. гос. бюджетное образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т" (РГГУ), Ин-т экономики, упр. и права, Фак. упр., Каф. моделирования в экономике и упр., [сост.: Н. Л. Лепе, Н. И. Манаенкова ; отв. ред. В. В. Кульба]. - Москва : РГГУ, 2014. - 202 с. - Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000009509>. - Загл. с экрана. - ISBN 978-5-7281-1699-8.

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения лекционных и семинарских занятий по дисциплине «Линейная алгебра» требуются академические аудитории, оборудованные большими досками.

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса лицам с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения. Для этого от студента требуется представить заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) и личное заявление (заявление законного представителя).

В заключении ПМПК должно быть прописано:

- рекомендуемая учебная нагрузка на обучающегося (количество дней в неделю, часов в день);
- оборудование технических условий (при необходимости);
- сопровождение и (или) присутствие родителей (законных представителей) во время учебного процесса (при необходимости);
- организация психолого-педагогического сопровождение обучающегося с указанием специалистов и допустимой нагрузки (количества часов в неделю).

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся при необходимости могут быть созданы фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе.

Форма проведения текущей и итоговой аттестации для лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно (на бумаге, на компьютере), в форме тестирования и т.п.). При необходимости студенту предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы семинарских занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

#### Очная форма обучения

**Семинар 1. Тема 1 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».**

План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи (Задача о фермере, 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14. Составить индивидуальную задачу аналогичную «Задаче о фермере».

**ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.**

**Вариант 1:** Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на

прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

**Вариант 2:** Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

**Вариант 3:** Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
2. А.В. Идельсон, И.А. Блюмкина. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Математика для экономистов. Том 1. Учебное пособие. - М.: ИНФРА-М, 2000 – с.27.

### **Семинар 2. Тема 2 (2 ч.) Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц.**

#### План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

#### Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

### **Семинар 3. Тема 3 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения.**

#### План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

#### Задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
2. Вычисление миноров. Вычисление Определителей матриц 3-го и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

### **Семинар 4. Тема 4 (2 ч.) Матричные уравнения. Метод Крамера.**

#### План семинара

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

#### Задания

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера)

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

**Семинар 5. (2 ч.) Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, методом Крамера.**

**Контрольная работа №1.**

Вычисление матричного полинома.

Поиск определителя матрицы по правилу Сарруса

Поиск определителя матрицы по теореме Лапласа.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

б) методом Крамера.

Задания

1 Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.

2 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 1; решение невыполненных задач Домашнего задания к Семинарам 1, 2, 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - с.7-17, с.18-26, с.41-48, с.70-75.

**Семинар 6. Тема 5 (2 ч.) Обратная матрица. Построение обратной матрицы.**

План семинара

1. Обратная матрица.

2. Присоединенная матрица.

3. Алгоритм вычисления обратной матрицы.

Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.

2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

**Семинар 7. Тема 6 (2 ч.) Матричные уравнения. Метод обратной матрицы.**

План семинара

1. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

2. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.

Задания

1. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы).

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

**Семинар 8. Тема 7 (2 ч.) Матричные уравнения, характерные для экономических задач. Решение этих матричных уравнений с помощью метода обратной матрицы.**

План семинара

1. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

2. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.

Задания

1. Решение Матричных уравнений, характерных для реальных экономических задач методом обратной матрицы. Разбор и решение задач из рекомендуемого учебника.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.29-1.4.31 (решение методом обратной матрицы).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Высшая математика для экономистов. Учебник. Под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юнити, 2006 -497 с.
  2. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
- 

**Семинар 9. Тема 8 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.**

## План семинара

- 1) Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1
- 2) Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
- 3) Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
- 4) Решение матричных уравнений.

## Задания

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - с.12-17, с.35-39, с.55-67.
- 

**Семинар 10. Тема 9 (2 ч.) Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор, базисные и свободные переменные.**

## План семинара

1. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
2. Базисное решение.

## Задания

1. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.15

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. 6-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2008. Гл. 2, § 2, с. 77-84.
  2. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник. / Под редакцией В.И. Ермакова. М.: ИНФРА - М, 2006. с. 93-100.
- 

**Семинар 11. (2 ч.) Итоговая Контрольная работа № 2****Итоговая Контрольная работа (№ 2)**

1. Построение обратной матрицы
2. Решение матричного уравнения с помощью обратной матрицы.
3. Решение матричного уравнения, характерного для экономических задач.
4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

## Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решение невыполненных заданий Итоговой Контрольной работы. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.

### Семинар 12. (2 ч.) Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу

1. Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра». Контрольные вопросы 1-19.

### Очно-заочная форма обучения

#### Семинар 1. Тема 1 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».

##### План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи («Задача о фермере», 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

##### ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

##### Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14.

##### ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
2. А.В. Идельсон, И.А. Блюмкина. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Математика для экономистов. Том 1. Учебное пособие. - М.: ИНФРА-М, 2000 – с.27.

#### Семинар 2. Тема 2 (2 ч.) Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц.

##### План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

##### Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

---

**Семинар 3. Тема 3 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.**

План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

Задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

---

**Семинар 4. Тема 4 (2 ч.) Матричные уравнения. Метод Крамера. Контрольная работа № 1.**

План семинара

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

Задания

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера)

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

---

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**

**Выполнение Контрольной работы №1.**

**Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, методом Крамера.**

**Контрольная работа №1.**

Вычисление матричного полинома.

Поиск определителя матрицы по правилу Саррюса

Поиск определителя матрицы по теореме Лапласа.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

б) методом Крамера.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.
- 

**Семинар 5. Тема 5-6 (2 ч.) Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Матричные уравнения. Метод обратной матрицы.**

План семинара

1. Обратная матрица.
2. Присоединенная матрица.

3. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
4. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
5. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.

## Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.
3. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39, 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы).

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

---

Семинар 6. Тема 7-8 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

## План семинара

1. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1
2. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
4. Решение матричных уравнений, характерных для реальных экономических задач.

## Задания

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.

5. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47, 1.4.29, 1.4.31.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - с.12-17, с.35-39, с.55-67.  
 2. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник. / Под редакцией В.И. Ермакова. М.: ИНФРА – М, 2006. с. 93-100.

---

Семинар 7. Тема 9 (2 ч.) Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор, базисные и свободные переменные.

## План семинара

1. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
2. Базисное решение.

## Задания

Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.15

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. 6-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. Гл. 2, § 2, с. 77-84.  
 2. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник. / Под редакцией В.И. Ермакова. М.: ИНФРА – М, 2006. с. 93-100.

---

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

**Выполнение Итоговой Контрольной работы №2.**



**Итоговая Контрольная работа (№ 2)**

1. Построение обратной матрицы.
2. Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка с помощью обратной матрицы.
3. Решение матричного уравнения, характерного для экономических задач.
4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

**Задания**

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.

**Семинар 8. (2 ч.) Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу**

Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра». Контрольные вопросы 1-19.

**Заочная формы обучения****Семинар 1. Тема 1 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».****План семинара**

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи («Задача о фермере», 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

**ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.**

**Вариант 1:** Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

**Вариант 2:** Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

**Вариант 3:** Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

**Задания**

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
2. А.В. Идельсон, И.А. Блюмкина. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Математика для экономистов. Том 1. Учебное пособие. - М.: ИНФРА-М, 2000 – с.27.

**Семинар 2. Тема 2 (2 ч.) Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц. Контрольная работа № 1.**

## План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

## Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
- 

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:****Выполнение Контрольной работы №1.**

**Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.**

**Контрольная работа №1.**

Вычисление матричного полинома.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

## Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.
- 

**Семинар 3. Тема 3 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.**

## План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

## Задания

2. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
- 

**Семинар 4. Тема 4 (2 ч.) Матричные уравнения. Метод Крамера. Контрольная работа № 2.**

## План семинара

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

## Задания

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера)

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.
-

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:****Выполнение Контрольной работы №2.****Контрольная работа №2: Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.****Контрольная работа №2.**

Поиск определителя матрицы по правилу Сарруса

Поиск определителя матрицы по теореме Лапласа.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Крамера.

## Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №2 в письменной форме.

**Семинар 5. Тема 5-7 (2 ч.) Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Матричные уравнения. Метод обратной матрицы. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.**

## План семинара

1. Обратная матрица.
2. Присоединенная матрица.
3. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
4. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
5. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.
6. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

## Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.
3. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор задачи №№ 1.4.27.
4. Решение Матричных уравнений, характерных для экономических задач. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.

3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39, 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы), 1.4. 29, 1.4.31.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007, с.7-17, с.66.

**Семинар 6. Тема 8-9 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор, базисные и свободные переменные.**

## План семинара

1. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 2
2. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
4. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
5. Базисное решение.

## Задания

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47, 2.1.15.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - с.12-17, с.35-39, с.55-67.
  2. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник. / Под редакцией В.И. Ермакова. М.: ИНФРА – М, 2006. с. 93-100.
- 

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

**Выполнение Итоговой Контрольной работы №3.**

**Итоговая Контрольная работа (№ 3)**

1. Построение обратной матрицы.
2. Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка методом обратной матрицы.
3. Решение матричного уравнения, характерного для экономических задач.
4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
  2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.
- 

Семинар 8. (2 ч.) **Контрольная работа № 4 Коллоквиум по теоретическому материалу**

Контрольная работа № 4 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра».  
Контрольные вопросы 1-19.

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» реализуется на Экономическом факультете Института Экономики, управления и права кафедрой Моделирования в экономике и управлении.

Цель дисциплины: обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Задачи:

- изучение основ линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование умения применять основные понятия и методы линейной алгебры и линейного программирования для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления.

Дисциплина «Линейная алгебра» направлена на формирование следующих компетенции: ОПК-2. Способен осуществлять сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской(финансовой), налоговой и статистической отчетности в целях оценки эффективности и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта, а также выявления, предупреждения, локализации и нейтрализации внутренних и внешних угроз и рисков

В результате освоения дисциплины «Линейная алгебра» обучающийся должен:

**Знать** основы линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования – операции над векторами и матрицами; определители и их свойства; системы линейных алгебраических уравнений; собственные значения и собственные векторы матриц; комплексные числа; прямые и плоскости в аффинном пространстве; квадратичные формы, линейные задачи оптимизации и их графическое решения – в объеме, необходимом для решения экономических задач;

**Уметь** использовать математический аппарат теории матриц, линейных пространств, линейных операторов; анализировать и решать системы линейных уравнений; решать простейшие задачи линейного программирования; применять усвоенные математические понятия и методы анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления;

**Владеть** навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

По дисциплине «Линейная алгебра» предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена. Общая трудоемкость освоения дисциплины «Линейная алгебра» составляет 4 зачетные единицы.