МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ
Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

АЛГЕБРА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

Направленность: Разработка и программирование интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Уровень квалификации выпускника**:** бакалавр

Форма обучения очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2021

Алгебра
Рабочая программа дисциплины
Составитель:
Доктор физико-математических наук, профессор
Е.М. Бениаминов

………………………………………………………

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры МЛиИС
№__5___ от___24.03.2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: обучение слушателей современному математическому языку, стилю алгебраического моделирования в информатике и приобретение у студентов навыков математического моделирования с использованием современных алгебраических средств. Задача дисциплины: освоение базовых математических понятий алгебры и навыков, лежащих в основе других математических дисциплин и необходимых для получения требуемых компетенций в области информатики, программирования и моделирования.

1.2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	**Индикаторы компетенций** (код и наименование)	**Результаты обучения**
ОПК-1 Способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной	ОПК-1.1 Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования.	Знать: основные понятия теории множеств; основные понятия комбинаторики; формулу бинома Ньютона;

деятельности, применять методы математического анализа, логики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в информатике, лингвистике и гуманитарных наук	ОПК-1.2 Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.	метод доказательства полной математической индукции; понятие матрицы и определителя квадратной матрицы; методы решения линейных уравнений Гаусса и Крамера; основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии. Уметь: решать простые задачи по теории множеств и комбинаторике; строить алгебраические модели геометрических задач для плоскости и пространства; решать простые задачи по аналитической геометрии. Владеть: средствами теоретико-множественного моделирования: функция, отображение, отношение; простейшими навыками решения комбинаторных задач; алгоритмами методов Гаусса и Крамера для решения систем линейных уравнений; алгоритмами вычислений алгебраических операций над матрицами.
ОПК-2 Способен получать знания в области современных проблем науки, техники и технологии информатики, гуманитарных, лингвистических и социальных наук	ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.	Знать: основные принципы использования системы Wolfram Alpha для решения алгебраических задач. Уметь: решать задачи по теории множеств и комбинаторике; строить алгебраические модели геометрических задач для плоскости и пространства; решать задачи по аналитической геометрии с использованием системы Wolfram Alpha.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» относится к базовой части блока Б1 дисциплин учебного плана. Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения математики в объеме курса средней школы.
В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик:
Математический анализ; Математическая логика; Дискретная математика; Теория алгоритмов; Теория вероятностей и статистика; Математическая лингвистика; Информатика; Программирование; Базы данных; Логическое программирование; Дифференциальные уравнения и их приложения; Теория случайных процессов.
Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией множеств, линейной алгеброй и аналитической геометрией.

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	**20**
1	Семинары	**36**
	Всего:	**56**
2	Лекции	**20**
2	Семинары	**36**
	Всего:	**56**

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 158 академических часа(ов).

3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Алгебра множеств	Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Диаграммы Эйлера. Основные соотношения между операциями. Способы доказательств соотношений между операциями над множествами: по определению равенства множеств и алгебраическими методами. Булева алгебра множеств. Операция произведения множеств. Множество всех подмножеств данного множества.
2.	Элементы комбинаторики	Метод полной математической индукции. Теорема о числе элементов в произведении конечных множеств. Теорема о числе всех подмножеств конечного множества. Размещения, перестановки, сочетания. Бином Ньютона.
3.	Отношения и функции	Алгебра слов. Математическое понятие языка. Понятие отношения. Примеры отношений. Арность отношений. Представления конечных бинарных отношений в виде таблиц. Отношения порядка и эквивалентности. Теорема о представлении отношения эквивалентности в виде разбиения множества. Понятие о фактор множестве по отношению эквивалентности. Понятие функции. Способы задания функций. Инъекция, сюръекция, биекция. Теорема о биекции и обратном отображении.
4	Мощность множеств	Понятие о мощности множеств. Счетные множества, мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности континуума. Теорема Кантора-Бернштейна о равномощности множеств. Теорема Кантора о неравномощности множества и множества всех его подмножеств.
5	Решение систем линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Эквивалентность систем уравнений. Преобразования Гаусса. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли . Формула решения системы двух уравнений с двумя неизвестными. Определители матриц второго и третьего порядка. Общее определение определителя, свойства определителя. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
6	Алгебра матриц	Сложение и умножение матриц. Соотношения между операциями. Обратная матрица. Транспонирование матриц. Вычисление обратных матриц с использованием определителей и методом Гаусса. Решение матричных уравнений.
7	Элементы аналитической геометрии	Прямая и плоскость в . Отрезок. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей. Угол между прямыми. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Канонические уравнения прямой и

		плоскости. Расстояние от точки до прямой и плоскости. Вектора в двумерном и трехмерном пространстве. Скалярное, векторное и смешенное произведение векторов. Изометрические преобразования плоскости и пространства. Формула поворота плоскости.
8	Элементы линейной алгебры	Понятие о векторном пространстве. Определение линейной независимости векторов. Базис векторного пространства. Теорема о числе векторов в базисе. Размерность векторного пространства. Понятие линейного подпространства. Линейное отображение векторных пространств. Матрица линейного отображения. Теорема о матрице композиций линейных отображений. Преобразование матриц линейного отображения при замене базиса. Понятие скалярного произведение векторов. Евклидовы векторные пространства. Определение самосопряженных и ортогональных преобразований линейных пространств. Собственный вектор и собственное значение линейного отображение. Приведение матрицы самосопряженных операторов к диагональному виду.

4. Образовательные технологии

№ п/п	**Наименование раздела**	**Виды учебных занятий**	**Образовательные технологии**
1	**2**	**3**	**4**
1	Алгебра множеств	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
2	Элементы комбинаторики	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
3	Отношения и функции	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
4	Мощность множеств	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты

5	Решение систем линейных уравнений	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
6	Алгебра матриц	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
7	Элементы аналитической геометрии	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
8	Элементы линейной алгебры	Лекция + Семинар 1-4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:
– видео-лекции**;**
– онлайн-лекции в режиме реального времени;
– электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
– системы для электронного тестирования;
– консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля		***Макс. количество баллов***	
		За одну работу	***Всего***
Текущий контроль: ● Опрос (1—5) ● дом. задание (темы 1—5) ● контр. работа (темы 1—3)		 5 баллов 5 баллов 20 баллов	 20 баллов 20 баллов 20 баллов
Промежуточная аттестация экзамен)			40 баллов

Итого за семестр (дисциплину)			100 баллов
Текущий контроль:			
● опрос (6—8)		5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 6—8)		5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 6—7)		20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)			40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)			100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2.Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	**Оценка по дисциплине**	**Критерии оценки результатов обучения по дисциплине**
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».

82-68/ C	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	«удовлетвори- тельно»/ «зачтено (удовлетвори- тельно)»/ «зачтено»	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	«неудовлетворите льно»/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

Контрольная работа 1

1. Пусть U={1, 2, ... , 10 }, A={1, 2, 4, 7}, B={4, 7, 8, 9}, C={1, 4, 8, 10}, D={2, 7, 9, 10}. Используя определения и свойства операций, вычислить выражение:
[A∩(B∪(C∩← A))] \ ←(←C∪←D) .

2. Верно ли равенство для произвольных множеств A, B, C (докажите)?
(A∪B)∩(C∪←A)=(A∩C)∪(B∩←A).

3. Пусть A={1, 2, 3, 4, 5}. Приведите пример бинарного отношения на множестве A, которое содержит пары (1, 4), (1, 5), (4, 5), но не содержит пару (2, 3) и которое: симметрично, транзитивно, но не рефлексивно.

4. Языком называется произвольное подмножество в множестве слов. Пусть алфавит A={·, −,□}. Сколько различных языков может быть в алфавите A из слов длины больше 1 и меньше 6, если буквы в слове не повторяются?

5. В группе из 20 человек писали контрольную работу по 5 человек каждый из четырех вариантов. Преподаватель взял пачку из 10 работ, и в ней было 3 работы первого варианта, 3 — второго, 2 — третьего и 2 — четвертого. Сколько различных пачек такого типа может быть, если пачки, отличающиеся последовательностью работ, считаются одинаковыми?

Контрольная работа 2

1. Решите методом Крамера и Гаусса систему уравнений:

$ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 = a$

$-bx_1 + ax_2 + dx_3 - cx_4 = b$

$-cx_1 - dx_2 + ax_3 + bx_4 = c$

$-dx_1 + cx_2 - bx_3 + ax_4 = d$

2. Решите методом Гаусса систему уравнений:

$(3a+2)x_1 +(3b-1)x_2 + (3c+1)x_3 + (3d+2)x_4 +3x_5 = 2$

$(5a+6)x_1 +(5b-3)x_2 + (5c+2)x_3 + (5d+4)x_4 +5x_5 = 3$

$(13a+6)x_1 +(13b-3)x_2 + (13c+4)x_3 + (13d+8)x_4 +13x_5 = 9$

$(2a+4)x_1 +(2b-2)x_2 + (2c+1)x_3 + (2d+1)x_4 +2x_5 = 1$

В системах уравнений коэффициенты a, b c, d вычисляются из соотношений

N=9a+3b +c и N= 2k+d, где N-ваш порядковый номер в списке группы, числа a, b c, d неотрицательны и меньше 3, а число d меньше 2. Если какое-либо из этих чисел получилось равным 0, то заменить это число на –1.

Контрольная работа 3

3. Найти обратную матрицу для матрицы и проверить:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d+3 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу для матрицы А двумя способами: с помощью алгебраических дополнений и с помощью преобразований Гаусса, и проверить, где

$$A=\begin{pmatrix} a+c & c & c \\ b & b & 0 \\ d & d & d \end{pmatrix}$$

5. Для этой же матрицы А найти матрицу Х, удовлетворяющую матричному уравнению:

$$X*A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение проверить подстановкой.

В системах уравнений коэффициенты a, b c, d вычисляются из соотношений N=9a+3b +c и N= 2k+d, где N-ваш порядковый номер в списке группы, числа a, b c, d неотрицательны и меньше 3, а число d меньше 2. Если какое-либо из этих чисел получилось равным 0, то заменить это число на –1.

Контрольная работа 4

Задача 1. Даны три точки на плоскости A(1; 2), B(-3; 6), C(-1; -2).

1. Найти расстояние от точки B до прямой, на которой лежит высота треугольника ABC, проведенная из вершины A.

2. Найти уравнение биссектрисы угла C треугольника ABC.

Задача 2. Даны четыре точки в пространстве (вершины пирамиды) A(0, 0, 1); B(1, 1, 2); C(0, 1, 0); D(2, 1, 1).

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через вершину A и перпендикулярную прямой, соединяющей вершину A и точку пересечения медиан треугольника BCD.
2. Найти расстояние от A до плоскости треугольника BCD.
3. Найти объем V_{ABCD}, площадь грани S_{ABC} и длину высоты пирамиды h_D, опущенной из вершины D.

Контрольные вопросы к экзамену

Вопросы 1-го семестра:

Элементы комбинаторики

1. Размещения и перестановки. Определения и формулы. Применение определений к задачам об извлечении шаров из урны.
2. Сочетания. Определение и формулы. Применение определений к задачам об извлечении шаров из урны.
3. Число k-элементных подмножеств в множестве из n элементов. Соотношения между числами сочетаний: $C^k_n = C^{n-k}_n$ и $C^k_{n+1} = C^k_n + C^{k-1}_n$ (с доказательствами).
4. Метод полной математической индукции. Доказательство соотношения 1+3+5+…+(2n-1)=n^2.
5. Бином Ньютона. Доказательство. Примеры бинома Ньютона для n= 2,3,4,5,6.

Алгебра множеств

6. Понятия множества, подмножества, равенства множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Соотношения между операциями. Способы доказательства соотношений между операциями.
7. Булева алгебра всех подмножеств некоторого множества. Аксиомы булевой алгебры. Примеры алгебраического доказательства некоторых соотношений между операциями теории множеств из аксиом.
8. Теоретико-множественные средства моделирования. Понятие произведения множеств A x B. Теорема о числе элементов в A x B для конечных множеств A и B с доказательством методом полной математической индукции.
9. Понятие множества всех подмножеств P(M) множества M. Число элементов в P(M) для конечного множества M (с доказательством).

10. Понятие отношения и его теоретико-множественная модель. Определение свойств бинарных отношений: симметричность, рефлексивность, транзитивность. Примеры отношений. Определение отношения порядка. Примеры отношений порядка: больше или равно на числах, быть подмножеством на множествах, лексикографический порядок на словах.

11. Отношение эквивалентности. Определение фактор множества по отношению эквивалентности. Примеры.

12. Понятие о функциональном отношении. Определения функции и отображения, композиция функций. Теорема об ассоциативном свойстве операции композиции отображений.

13. Способы задания функций. Таблица функции, заданной на конечном множестве. График функции. Число различных функций и отображений на конечном множестве в конечное множество (с доказательством).

14. Определение образа подмножества относительно функции. Теорема об образе объединения и пересечения подмножеств относительно отображения.

15. Определение прообраза подмножества относительно функции. Теорема о прообразе объединения и пересечения подмножеств относительно отображения.

16. Определение образа и прообраза подмножества относительно функции. Теоремы об образе прообраза и прообразе образа подмножества относительно функции.

17. Свойства отображения – быть инъекцией, сюръекцией и биекцией. Теорема о композиции инъекций.

18. Свойства отображения – быть инъекцией, сюръекцией и биекцией. Теорема о композиции сюръекций.

19. Теорема о биективности отображения $f:A \to B$, для которого существует отображение $g: B \to A$ с соотношениями $g \circ f=1_A$ и $f \circ g =1_B$.

20. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности или конечности объединения счетного числа конечных множеств. Пример применения теоремы к доказательству счетности множества всех слов над конечным алфавитом.

21. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности счетного объединения счетных или конечных множеств. Пример применения теоремы к доказательству счетности множества всех конечных подмножеств в множестве всех слов над конечным алфавитом.

22. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности произведения счетных множеств. Доказательство счетности множества рациональных чисел.

23. Мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности множества точек на отрезке [0;1].
24. Понятие равномощности множеств. Теорема Кантора - Бернштейна о равномощности двух множеств (без доказательства). Примеры доказательства равномощности некоторых множеств с использованием теоремы Кантора-Бернштейна (например, множества действительных чисел R и отрезка [0;1]).
25. Теорема Кантора о том, что множество P(A) всех подмножеств некоторого множества A более мощно, чем множество A. Применение этой теоремы для доказательства несчетности множества всех языков с конечным алфавитом.

Вопросы 2-го семестра:

Матрицы, определители, системы линейных уравнений

1. Системы линейных уравнений. Эквивалентность систем уравнений. Преобразования Гаусса. Эквивалентность систем уравнений при преобразованиях Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
2. Определитель матрицы. Определение. Определитель матриц второго и третьего порядков. Свойства определителя.
3. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя: матрица с нулевой строкой, перемена двух строк местами, матрица с двумя равными строками.
4. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя: изменение определителя при преобразованиях Гаусса.
5. Определитель матрицы. Определение. Определитель транспонированной матрицы.
6. Теорема о разложении определителя по первой строке (без доказательства). Теоремы о разложении определителя по произвольной строке или произвольному столбцу.
7. Решение системы уравнений методом Крамера. Формула Крамера.
8. Система линейных уравнений, число решений уравнения. Теорема Кронекера-Капелли о числе решений системы линейных уравнений.

Элементы аналитической геометрии

9. Понятие вектора в трехмерном пространстве. Равенство векторов. Операции над векторами. Проекция одного вектора на другой. Свойства проекции векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства.

10. Прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов. Длина вектора. Расстояние между двумя точками.

11. Прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов. Вычисление угла между векторами через скалярное произведение.

12. Параметрическое уравнение прямой на плоскости и в пространстве, заданное точкой и направляющим вектором.

13. Уравнение прямой на плоскости, заданной двумя точками.

14. Уравнение прямой в нормальном виде. Формула расстояния от точки до прямой.

15. Уравнение прямой на плоскости в общем виде. Теорема о векторе перпендикулярном к прямой.

16. Уравнение прямой на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми

17. Уравнение биссектрис угла, образованного двумя пересекающимися прямыми.

18. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярной к заданной прямой.

19. Параметрическое уравнение прямой в . Отрезок. Теорема о делении отрезка в данном отношении.

20. Параметрическое уравнение плоскости, заданное точкой и двумя векторами, не лежащими на одной прямой.

21. Уравнение плоскости в в нормальном виде. Формула расстояния от точки до плоскости.

22. Уравнение плоскости в , проходящей через три заданные точки.

23. Общее уравнение плоскости. Теорема о векторе перпендикулярном к плоскости.

24. Уравнение плоскости в . Вектор, перпендикулярный к плоскости. Вычисление угла между двумя плоскостями.

25. Параметрическое уравнение прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярной к заданной плоскости.

26. Теорема о расстоянии от точки до прямой, заданной параметрическим уравнением в пространстве.

27. Теорема о геометрическом смысле модуля определителя в размерности 2 и 3 (с доказательством в размерности 2).

Элементы линейной алгебры

28. Определение и примеры линейных векторных пространств.

29. Определение линейно независимых и линейно зависимых систем векторов. Теорема о выражении одного из векторов в системе линейно зависимых векторов через остальные векторы.

30. Алгебра матриц. Свойства сложения и произведения матриц.

31. Определение обратной матрицы. Алгоритмы нахождения обратной матрицы.

32. Понятие о базисе линейного векторного пространства. Свойства системы базисных векторов. Координаты вектора в заданном базисе. Понятие размерности векторного пространства.

33. Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Пример: поворот плоскости.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

а) Основная литература

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013. http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000008557

2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров ; под редакцией Д. В. Белемишева. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-4577-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/122183.

б) Дополнительная литература

1. Шиханович Ю.А. Введение в математику. — М.: Научный мир, 2005 (с. 55-120; 173-308; 314-325).

2. Проскуряков В.И. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1970.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://isdwiki.rsuh.ru/moodle/course/view.php?id=11
2. http://www.wolframalpha.com/

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебный класс с хорошей доской, компьютером и видеопроектором.

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Adobe Master Collection

4. AutoCAD
5. Archicad
6. SPSS Statisctics
7. ОС «Альт Образование»
8. Visual Studio
9. Adobe Creative Cloud

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

· для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

· для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

· для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

· для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

· для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

· для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

· для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

· для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Тема 1. (8 ч.) Алгебра множеств

Цель занятий: усвоить основные понятия теории множеств и операций над множествами, соотношения между операциями и основные методы вычислений теоретико-множественных вычислений.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое множество, и какие есть способы задания множеств?

Для чего нужны операции над множествами?

Контрольные вопросы:

1. Понятия множества, подмножества, равенства множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Соотношения между операциями. Способы доказательства соотношений между операциями.

2. Булева алгебра всех подмножеств некоторого множества. Аксиомы булевой алгебры. Примеры алгебраического доказательства некоторых соотношений между операциями теории множеств из аксиом. 3. Теоретико-множественные средства моделирования. Понятие произведения множеств А х В. Теорема о числе элементов в А х В для конечных множеств А и В с доказательством методом полной математической индукции. 4. Понятие множества всех подмножеств P(M) множества M. Число элементов в P(M) для конечного множества M (с доказательством). Список источников и литературы: 1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013. 2. Шиханович Ю.А. Введение в математику. — М.: Научный мир, 2005 (с. 55-120; 173-308; 314-325). Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.
Тема 2. (8 ч.) Элементы комбинаторики *Цель занятий*: научиться считать число элементов в множествах, заданных разными условиями. Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос. Вопросы для обсуждения: Что такое метод полной математической индукции? Контрольные вопросы: 1. Размещения и перестановки. Определения и формулы. Применение определений к задачам об извлечении шаров из урны. 2. Сочетания. Определение и формулы. Применение определений к задачам об извлечении шаров из урны. 3. Число k-элементных подмножеств в множестве из n элементов. Соотношения между числами сочетаний: $C^k_n = C^{n-k}_n$ и $C^k_{n+1} = C^k_n + C^{k-1}_n$ (с доказательствами). 4. Метод полной математической индукции. Доказательство соотношения 1+3+5+…+(2n-1)=n^2. 5. Бином Ньютона. Доказательство. Примеры бинома Ньютона для n= 2,3,4,5,6. Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.

2. Шиханович Ю.А. Введение в математику. — М.: Научный мир, 2005 (с. 55-120; 173-308; 314-325).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 3. (8 ч.) Отношения и функции

Цель занятий: усвоить основные понятия отношения и функции, научить использовать эти понятия для моделирования различных ситуаций.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое отношение, и как его моделируют в математике?

Контрольные вопросы:

1. Понятие отношения и его теоретико-множественная модель. Определение свойств бинарных отношений: симметричность, рефлексивность, транзитивность. Примеры отношений. Определение отношения порядка. Примеры отношений порядка: больше или равно на числах, быть подмножеством на множествах, лексикографический порядок на словах.
2. Отношение эквивалентности. Определение фактор множества по отношению эквивалентности. Примеры.
3. Понятие о функциональном отношении. Определения функции и отображения, композиция функций. Теорема об ассоциативном свойстве операции композиции отображений.
4. Способы задания функций. Таблица функции, заданной на конечном множестве. График функции. Число различных функций и отображений на конечном множестве в конечное множество (с доказательством).
5. Определение образа подмножества относительно функции. Теорема об образе объединения и пересечения подмножеств относительно отображения.
6. Определение прообраза подмножества относительно функции. Теорема о прообразе объединения и пересечения подмножеств относительно отображения.
7. Определение образа и прообраза подмножества относительно функции. Теоремы об образе прообраза и прообразе образа подмножества относительно функции.
8. Свойства отображения – быть инъекцией, сюръекцией и биекцией. Теорема о композиции инъекций.
9. Свойства отображения – быть инъекцией, сюръекцией и биекцией. Теорема о композиции сюръекций.
10. Теорема о биективности отображения $f:A \to B$, для которого существует отображение $g: B \to A$ с соотношениями $g \circ f=1_A$ и $f \circ g=1_B$.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.

2. Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 209-308; задачи к разделам).

3. Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.26-44; 56-60).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 4. (6 ч.) Мощность множеств

Цель занятий: научиться сравнивать бесконечные множества.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое бесконечное множество?

Какие множества называются равномощными (с одинаковым числом элементов)?

История создания теории множеств.

Контрольные вопросы:

1. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности или конечности объединения счетного числа конечных множеств. Пример применения теоремы к доказательству счетности множества всех слов над конечным алфавитом.
2. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности счетного объединения счетных или конечных множеств. Пример применения теоремы к доказательству счетности множества всех конечных подмножеств в множестве всех слов над конечным алфавитом.
3. Понятие о равномощности множеств. Счетные множества. Теорема о счетности произведения счетных множеств. Доказательство счетности множества рациональных чисел.
4. Мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности множества точек на отрезке [0;1].
5. Понятие равномощности множеств. Теорема Кантора - Бернштейна о равномощности двух множеств (без доказательства). Примеры доказательства равномощности некоторых множеств с использованием теоремы Кантора-Бернштейна (например, множества действительных чисел R и отрезка [0;1]).
6. Теорема Кантора о том, что множество P(A) всех подмножеств некоторого множества A более мощно, чем множество A. Применение этой теоремы для доказательства несчетности множества всех языков с конечным алфавитом.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.
2. Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 196-208; задачи к разделам).
3. Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.44-50; 60-62).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 5. (10 ч.) Решение систем линейных уравнений

Цель занятий: усвоить основные методы решения линейных уравнений.

Форма проведения – решение задач, опрос.

Контрольные вопросы:

1. Системы линейных уравнений. Эквивалентность систем уравнений. Преобразования Гаусса. Эквивалентность систем уравнений при преобразованиях Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
2. Определитель матрицы. Определение. Определитель матриц второго и третьего порядков. Свойства определителя.
3. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя: матрица с нулевой строкой, перемена двух строк местами, матрица с двумя равными строками.
4. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя: изменение определителя при преобразованиях Гаусса.
5. Определитель матрицы. Определение. Определитель транспонированной матрицы.
6. Теорема о разложении определителя по первой строке (без доказательства). Теоремы о разложении определителя по произвольной строке или произвольному столбцу.
7. Решение системы уравнений методом Крамера. Формула Крамера.
8. Система линейных уравнений, число решений уравнения. Теорема Кронекера-Капелли о числе решений системы линейных уравнений.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.
2. Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.131-135; 160-173).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 6. (8 ч.) Алгебра матриц

Цель занятий: освоить основные операции над матрицами и их применение.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Матрица, как тип данных и удобство его использования.

Контрольные вопросы:

1. Алгебра матриц. Свойства сложения и произведения матриц.
2. Определение обратной матрицы. Алгоритмы нахождения обратной матрицы.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.
2. Беклемишева Л. А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.138-147).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.
Тема 7. (16 ч.) Элементы аналитической геометрии *Цель занятий*: научиться моделировать и решать геометрические задачи алгебраическими средствами. Форма проведения – решение задач, опрос. Контрольные вопросы: 1. Понятие вектора в трехмерном пространстве. Равенство векторов. Операции над векторами. Проекция одного вектора на другой. Свойства проекции векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. 2. Прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. 3. Прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов. Вычисление угла между векторами через скалярное произведение. 4. Параметрическое уравнение прямой на плоскости и в пространстве, заданное точкой и направляющим вектором. 5. Уравнение прямой на плоскости, заданной двумя точками. 6. Уравнение прямой в нормальном виде. Формула расстояния от точки до прямой. 7. Уравнение прямой на плоскости в общем виде. Теорема о векторе перпендикулярном к прямой. 8. Уравнение прямой на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми 9. Уравнение биссектрис угла, образованного двумя пересекающимися прямыми. 10. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярной к заданной прямой. 11. Параметрическое уравнение прямой в . Отрезок. Теорема о делении отрезка в данном отношении. 12. Параметрическое уравнение плоскости, заданное точкой и двумя векторами, не лежащими на одной прямой. 13. Уравнение плоскости в в нормальном виде. Формула расстояния от точки до плоскости. 14. Уравнение плоскости в , проходящей через три заданные точки.

15. Общее уравнение плоскости. Теорема о векторе перпендикулярном к плоскости.

16. Уравнение плоскости в . Вектор, перпендикулярный к плоскости. Вычисление угла между двумя плоскостями.

17. Параметрическое уравнение прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярной к заданной плоскости.

18. Теорема о расстоянии от точки до прямой, заданной параметрическим уравнением в пространстве.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.

2. Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре(с.7-53).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 6. (8 ч.) Элементы линейной алгебры

Цель занятий: освоить понятия линейной алгебры и научиться их применять.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое линейно независимые векторы?

Контрольные вопросы:

1. Определение и примеры линейных векторных пространств.

2. Определение линейно независимых и линейно зависимых систем векторов. Теорема о выражении одного из векторов в системе линейно зависимых векторов через остальные векторы.

3. Понятие о базисе линейного векторного пространства. Свойства системы базисных векторов. Координаты вектора в заданном базисе. Понятие размерности векторного пространства.

4. Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Пример: поворот плоскости.

Список источников и литературы:

1. Ефимова Е.А. Алгебра. – М.: РГГУ, 2013.

2. Беклемишева Л. А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.185-186; 216-218; 222).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование раздела дисциплины	**Кол-во часов**	**Вопросы для изучения**	**Литература**
Алгебра. Часть 1			
Алгебра множеств	8	Способы задания множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Диаграммы Эйлера. Основные соотношения между операциями. Способы доказательств соотношений между операциями над множествами: по определению равенства множеств и алгебраическими методами. Булева алгебра множеств. Операция произведения множеств. Множество всех подмножеств данного множества.	Ефимова Е.А. «Алгебра» (с. 7-20, задачи к разделу). Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 55-96, задачи к разделам). Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.1-25; 52-56).
Элементы комбинаторики	8	Метод полной математической индукции. Число элементов в произведении конечных множеств и число всех подмножеств конечного множества. Размещения, перестановки, сочетания. Бином Ньютона.	Ефимова Е.А. «Алгебра» (с. 20-30, задачи к разделу). Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 314-324; 96-117; задачи к разделам). Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.9-12; 53).
Отношения и функции	8	Алгебра слов. Примеры отношений. Представления конечных бинарных отношений в виде таблиц. Отношения порядка и эквивалентности. Способы задания функций. Инъекция, сюръекция, биекция. .	Ефимова Е.А. «Алгебра» (с. 31-62, задачи к разделам). Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 209-308; задачи к разделам).

			Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.26-44; 56-60).
Мощность множеств	6	Понятие о мощности множеств. Задачи на доказательство счетности и несчетности некоторых множеств множества, мощность континуума. Задачи на доказательство равномощности множеств.	Ефимова Е.А. «Алгебра» (с. 40-48, задачи к разделу). Шиханович Ю.А. «Ведение в математику» (с. 196-208; задачи к разделам). Вайнтроб А.Ю, Ганнушкина С. А. «Элементы теории множеств» (с.44-50; 60-62).
Алгебра. Часть 2			
Решение систем линейных уравнений	10	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Вычисление определителей матриц. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	Ефимова Е.А. Алгебра (с.63-89). Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.131-135; 160-173).
Алгебра матриц	8	Сложение и умножение матриц. Вычисление обратных матриц с использованием определителей и методом Гаусса. Решение матричных уравнений.	Ефимова Е.А. Алгебра (с.145-163). Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.138-147).
Элементы аналитической геометрии	16	Решение геометрических задач на плоскости. Решение геометрических задач в пространстве. Формула поворота плоскости.	Ефимова Е.А. Алгебра (с.90-124). Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре(с.7-53).
Элементы линейной алгебры	8	Определение линейной независимости векторов и базиса	Ефимова Е.А. Алгебра (с.125-144).

		векторного пространства. Преобразование матриц линейного отображения при замене базиса. Нахождение собственного вектора и собственного значения линейного отображение. Приведение матрицы самосопряженных операторов к диагональному виду.	Беклемишева Л. А.,Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре (с.185-186; 216-218; 222).

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Освоение дисциплины «Алгебра» предполагает активную самостоятельную работу студента. Самостоятельная работа студента состоит из: подготовки к лекциям и семинарам (чтению и усвоению соответствующей литературы, указанной в таблице «Планы семинарских занятий», а также конспектов предыдущих лекций и дополнительной литературы); выполнения домашних заданий;
выполнения домашних индивидуальных контрольных работ; подготовки к контрольным работам, зачету и экзамену. Самостоятельная работа студента является важным компонентом обучения. Студент обязан приходить на лекции и семинары предварительно подготовившись к уже по пройденным темам, которые используются в текущих лекциях и семинарах.