

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»**

**(РГГУ)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

Факультет информационных систем и безопасности

Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Прикладная математика

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2017

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики *Синицын В.Ю.*,  
доктор физ.-мат. наук, проф. *Пресман Э.Л.*

Ответственный редактор

доктор пед. наук, проф., заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики *Жаров В.К.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 14 от 20.06.2017

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

#### 1.1 Цель и задачи дисциплины

#### 1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

#### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

#### 5.1. Система оценивания

#### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

#### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### 6.1. Список источников и литературы

#### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

#### 9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

#### Приложение 1. Аннотация дисциплины

#### Приложение 2. Лист изменений

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики.

*Задачи:* обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

### 1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Коды компетенций	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	<i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей; <i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей; <i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика».

В результате освоения дисциплины формируются компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математическая статистика и теория случайных процессов», «Прикладная статистика», «Статистические пакеты прикладных программ», «Исследование операций», «Численные методы», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Теория управления», «Теория информации», «Основы криптографии», «Квантовые вычисления и квантовая криптография», «Теория кодирования», «Финансовая математика», «Методы принятия решений».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Математические модели случайных явлений	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
2	Схема независимых испытаний Бернулли	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №1
3	Понятие случайной величины	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
4	Основные характеристики случайных величин	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №2
5	Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
6	Производящие и характеристические функции случайных величин	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
7	Средства компьютерной реализации вероятностных моделей	3		8		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
	Экзамен	3			18		экзамен по билетам итоговая контрольная работа
	Итого:		24	32	18	70	

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Математические модели случайных явлений и аксиоматика теории вероятностей

Роль математики при изучении закономерностей реального мира. Случайные события. Пространство элементарных исходов. Алгебра событий. Вероятность. Конечное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности и элементы комбинаторики. Счётное вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство.

#### Тема 2. Условная вероятность, независимость, схема Бернулли

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Применение формулы полной вероятности. Последовательность

независимых испытаний. Схема Бернулли. Общее определение последовательности испытаний. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

### **Тема 3. Понятие случайных величин. Основные типы распределений случайных величин**

Случайные величины, законы распределения и таблицы распределения в конечной схеме. Биномиальное, гипергеометрическое и равномерное распределение. Случайные величины в счётной схеме. Пуассоновское и геометрическое распределение. Случайные величины в общей схеме. Функции распределения. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Распределения некоторых случайных величин, представляющих собой функции нормальных величин (распределения Фишера, хи-квадрат, Стюдента). Многомерные законы распределения. Независимость случайных величин. Свёртка распределений.

### **Тема 4. Основные характеристики случайных величин**

Математическое ожидание в конечной схеме. Свойства математического ожидания и способы его вычисления. Математическое ожидание в счётной схеме. Математическое ожидание в общем случае. Математическое ожидание для основных распределений. Неравенство Чебышева для неотрицательных случайных величин. Определение и свойства дисперсии. Дисперсия для основных распределений. Определения и свойства ковариации и коэффициента корреляции.

### **Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы**

Неравенство Чебышева для случайных величин с конечной дисперсией. Доказательство закона больших чисел с помощью неравенства Чебышева (Теорема Маркова, Чебышева, случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Бернулли). Центральная предельная теорема (случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Ляпунова). Понятие асимптотической нормальности.

### **Тема 6. Производящие и характеристические функции случайных величин**

Производящие функции для целочисленных случайных величин. Мультипликативное свойство производящей функции для суммы независимых величин. Производящие функции моментов. Определение и свойства характеристических функций случайных величин.

### **Тема 7. Методы компьютерной реализации вероятностных моделей для решения практических задач**

Общие сведения о среде статистических вычислений и языке программирования R. Моделирование вероятностного эксперимента. Генерирование псевдослучайных чисел. Комбинаторика. Вычисление вероятностей случайных событий: классический, геометрический и статистический подход. Использование встроенных функций основных законов распределения для решения вероятностных задач. Нахождение выборочных характеристик.

## **4. Образовательные технологии**

### **Образовательные технологии**

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1.	Математические модели случайных явлений и	Лекции	Лекция-беседа

	аксиоматика теории вероятностей	Практические занятия Самостоятельная работа	Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
2.	Условная вероятность, независимость, схема Бернулли	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
3.	Понятие случайных величин. Основные типы распределений случайных величин. Совместные распределения случайных величин	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
4.	Основные характеристики случайных величин	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
5.	Закон больших чисел и предельные теоремы	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
6.	Производящие и характеристические функции случайных величин	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
7.	Методы компьютерной реализации вероятностных моделей для решения практических задач	Практические занятия Самостоятельная работа	Решение задач Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос	3 балла	15 баллов
- отчет по выполнению внеаудиторных заданий;	3 балла	15 баллов

- контрольная работа (темы 1-2)	15 баллов	15 баллов
- контрольная работа (темы 3-4)	15 баллов	15 баллов
Промежуточная аттестация: - контрольная работа - ответы на вопросы билета		20 баллов 20 баллов
<b>Итого за семестр (дисциплину)</b>		100 баллов
Экзамен		

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

Наименование, дающее ECTS, в соответствии с таблицей:			
100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82			C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>



Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

*Примерные вопросы для опроса см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы*

#### **Примерные задания для контрольной работы №1:**

1. Номер машины состоит из 7 знаков: первые три – буквы, затем четыре цифры. Сколько всего существует разных номеров, если алфавит содержит 32 буквы?
2. Студент знает 14 вопросов из 20. В билете содержится 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из них.
3. Экзамен у студента состоит из двух туров. В первом туре (письменная работа) ему предлагается решить 5 задач из 30. Студент в состоянии решить 25 задач из 30 и, если он решает хотя бы 3 задачи, то допускается ко второму туру (устное собеседование). Вероятность пройти второй тур для студента составляет 0,8. Чему равна вероятность успешного прохождения студентом обоих туров?

- Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. Какова вероятность благополучного приземления?
- Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит аналогичный продукт, равна 0,75, а при наличии конкурирующего товара равна 0,25. Вероятность выпуска конкурентом товара равна 0,35. Найти вероятность того, что товар будет иметь успех.
- В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%. Взятое наугад изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено первой фирмой.

**Примерные задания для контрольной работы №2:**

- В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит ровно 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.
- В банк прибыло 1000 пятизначных купюр.. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых, если 0,1 % купюр фальшивые. Выписать точную формулу и найти приближенное значение используя пуассоновское приближение.
- В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что в этой выборке доля избирателей, поддерживающих кандидата, отличается от истинной доли не более чем на 0,02?
- Случайная величина  $X$  имеет плотность  $p(x) = c(x^2 - 3x + 3)$  при  $-1 \leq x \leq 1$  и  $p(x) = 0$  для остальных значений  $x$ . Определить константу  $c$  и подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
- Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	-1	0	1
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	0	1	2	3
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = Y - X$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

**Примерные задания для экзаменационной контрольной работы:**

- Студент ищет формулу в трех справочниках. Обозначим через  $A_i$  событие, заключающееся в том, что нужная формула содержится в  $i$ -м справочнике,  $i = 1, 2, 3$ . Выразить через  $A_i$  следующие события:  $A$  - формула содержится только в одном справочнике;  $B$  - формула содержится хотя бы в одном справочнике;  $C$  - формулы нет ни в одном справочнике.
- В ящике 12 деталей, среди которых 5 бракованных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 качественные.
- В первой урне содержится 10 шаров, из них 3 белых, во второй – 6 шаров, из них 2 белых. Из первой урны наудачу извлекли 1 шар и переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.

4. На заводе, изготавлиющем болты, первая машина производит 25%, вторая 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный.
5. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x) = 0$  при  $x < -\pi/4$ ,  $F(x) = 1$  при  $x > \pi/4$ ,  $F(x) = c(1+\sin 2x)$  при  $-\pi/4 < x < \pi/4$ . Найти константу  $c$ , плотность  $f(x)$ ,  $P(-\pi/4 < X < \pi/2)$ . Подсчитать  $M[X]$  и  $D[X]$ , пользуясь интегрированием по частям.
6. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью  $3/4$ . Оценить вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.
7. В ящике содержится 100 карточек, пронумерованных числами  $1, 2, \dots, 100$ . Из ящика наудачу 200 раз вынимается карточка и сразу возвращается. Выписать формулу для вероятности того, что карточка с числом 1 появится ровно 3 раза и найти приближенное значение.
8. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	-1	0	1	2
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = X - Y$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

### **Контрольные вопросы по дисциплине:**

- 1) Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
- 2) Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания.
- 3) Понятия условной вероятности и независимости событий.
- 4) Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 5) Аксиоматика теории вероятностей.
- 6) Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
- 7) Теорема Пуассона. Примеры её применения.
- 8) Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 9) Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 10) Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
- 11) Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
- 12) Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
- 13) Независимость случайных величин.
- 14) Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
- 15) Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
- 16) Понятие о моментах высших порядков.
- 17) Корреляция и коэффициент ковариации.
- 18) Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.

- 19) Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 20) Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 21) Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 22) Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 23) Неравенства Чебышева. Закон больших чисел.
- 24) Предельные теоремы и примеры их применения.
- 25) Производящие и характеристические функции.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

1. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - Изд. 6-е, испр. - СПб. : Лань, 2003. - 269 с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Высш. образование, 2006. - 403 с.
3. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник/ Н. Ш. Кремер. - 2-е изд., перераб. и доп.. - М.: ЮНИТИ, 2006. - 573 с.

##### Дополнительная

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 2000. - 479 с.
2. Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов вузов. - 3-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 2000. - 363 с.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб.. - М.: Высш. образование, 2006. - 478 с.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник / Б. В. Гнеденко. - Изд. 6-е, перераб. и доп. - М.: Наука, 1988. - 446 с. +1969,1961
5. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/405754>
6. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие. / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (П) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/548242>
7. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб: СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/940734>

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Бояршинов Б.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/departament/mathematics/ptams/>
2. Чернова Н.И. Введение в теорию вероятностей. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/departament/mathematics/intprobtheory/>

3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
4. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
5. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
6. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>
7. Язык и среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://r-statistics.livejournal.com/>

#### **Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)**

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Журналы Oxford University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

#### **Перечень программного обеспечения (ПО)**

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

#### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **9. Методические материалы**

### **9.1. Планы практических занятий**

**Тема №1. Математические модели случайных явлений и аксиоматика теории вероятностей.**

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 1-7, 8-17.

**Контрольные вопросы:**

1. Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
2. Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания
3. Аксиоматика теории вероятностей.
4. Генерирование псевдослучайных чисел

**Тема № 2. Условная вероятность, независимость, схема Бернулли.**

**Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 18, 19, 21; гл. 2 №№ 1-8, 10, 14, 15.

**Контрольные вопросы:**

1. Понятия условной вероятности и независимости событий.
2. Формула полной вероятности и формула Байеса.
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
4. Теорема Пуассона. Примеры её применения.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения

**Тема № 3. Понятие случайных величин. Основные типы распределений случайных величин. Совместные распределения случайных величин.****Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 4 №№ 1-7, 9-11, 13-15, 17, 18, 20, 25, 30.

**Контрольные вопросы:**

1. Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
2. Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
3. Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
4. Независимость случайных величин.

**Тема № 4. Основные характеристики случайных величин.****Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 5 №№ 1-9, 11-19, 23.

**Контрольные вопросы:**

1. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
2. Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
3. Понятие о моментах высших порядков.
4. Корреляция и коэффициент ковариации.
5. Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
6. Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
7. Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
8. Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
9. Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.

**Тема № 5. Закон больших чисел и предельные теоремы.****Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 6 №№ 1-4, 7.

**Контрольные вопросы:**

1. Неравенства Чебышева.
2. Закон больших чисел.
3. Предельные теоремы и примеры их применения.



## **Тема № 6. Производящие и характеристические функции случайных величин.**

### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 7 №№ 1-5, 8-10, 15, 16; гл. 8 №№ 1-4.

### **Контрольные вопросы:**

1. Определение производящих функций.
2. Свойства производящих функций.
3. Определение характеристических функций.
4. Свойства характеристических функций.

## **Тема № 7. Методы компьютерной реализации вероятностных моделей для решения практических задач.**

### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

1. Построить модели следующих вероятностных экспериментов: 1) симметричную монету подбросили один раз; 2) игральный кубик подбросили один раз; 3) монету подбросили три раза; 4) два игровых кубика подбросили один раз; 5) определили пол новорождённого (вероятность рождения мальчика считать равной 0.517); 6) из урны, содержащей 8 белых, 15 красных и 14 чёрных шаров, вынули произвольно 7 шаров; 7) стреляли по цели до первого попадания (вероятность попадания при каждом выстреле 0.3). Каждый эксперимент проделать 1000 раз, создать отдельную таблицу данных с результатами для каждого эксперимента и сохранить все таблицы в одном бинарном файле.
2. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что квадратное уравнение  $x^2+bx+c=0$  имеет два действительных корня, если его коэффициенты произвольные действительные числа, и  $b \in [-2; 2]$ ,  $c \in [0; 1]$ .
3. Найти с точностью до 0.001 статистическую вероятность того, что при однократном подбрасывании трёх игровых кубиков сумма очков будет равна 10, 11 или 12.
4. В среднем по 14% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя встроенные функции системы R, найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы четыре договора; В — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров; С — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы более пяти договоров.
5. В партии 180 изделий, из которых 20 не соответствуют стандарту. Из партии взяли случайно 10 изделий. Найти закон распределения числа нестандартных изделий в

- выборке. Вычислить вероятности значений случайной величины с точностью до 0.001 и построить полигон распределения вероятностей. Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[2; 4]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 5; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие 3.
6. Непрерывная случайная величина имеет плотность распределения вероятностей  $f(x)=1/(\exp(c*x)+\exp(-3*x))$ , где  $c=1.1357$ . Найти функцию распределения случайной величины и построить её график. С помощью функции распределения найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[-2; 3]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 3; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие -2.
  7. Функция распределения случайной величины имеет вид  $F(x)=1/(1+\exp(-x))$ . Найти с точностью до 0.001 следующие числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание  $MX$ , дисперсию  $DX$ , среднее квадратическое отклонение  $SDX$ , начальные  $\alpha[i]$  и центральные  $\mu[i]$  моменты до 4 порядка включительно ( $i=1,2,3,4$ ), асимметрию  $As$ , эксцесс  $E$ . Найти вероятность того, что эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[MX-3*SDX; MX+3*SDX]$ .
  8. В среднем по 9% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Случайная величина — число договоров, по которым придётся выплачивать страховую сумму, если было заключено 25 договоров. Найти квантиль  $q$  уровня 0.95 этой случайной величины. Построить график зависимости квантили от её уровня.
  9. Размер вклада в банке для физического лица — случайная величина  $Y$  (усл. ед.), которая задаётся функциональной зависимостью  $Y=\exp(X)$ , где  $X$  — случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным 7 и стандартным отклонением, равным 1.2. Найти числовые характеристики случайной величины  $Y$ , её закон распределения и построить графики функции распределения и плотности вероятности. Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — случайная величина  $Y$  принимает значения на отрезке  $[2000; 5000]$ ; В — случайная величина  $Y$  принимает значения, большие 10000; С — случайная величина  $Y$  принимает значения, меньшие 2000.
  10. Участник лотереи "Спортлото 6 из 49" отметил в карточке 6 из имеющихся 49 номеров. Число верно угаданных "выигрышных" номеров среди 6 отмеченных представляет собой случайную величину. С помощью вероятностного эксперимента получить 1000000 значений (реализаций) этой случайной величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Моделирование вероятностного эксперимента.
2. Генерирование псевдослучайных чисел.
3. Компьютерное вычисление вероятностей случайных событий.
4. Использование встроенных функций основных законов распределения.

## Приложения

### Приложение 1

#### АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория вероятностей» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи: обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 - способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей;

*Уметь:* вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей;

*Владеть:* вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	20.06.18	13
2	Приложение к листу изменений №2	28.06.19	13
3	Приложение к листу изменений №3	22.06.20	13

**1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2018г.)***Таблица 1*

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2018г.)***Таблица 2*

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2019г.)***Таблица 1*

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2019г.)***Таблица 2*

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**1. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)**

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)***Таблица 1*

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**3. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)***Таблица 2*

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
5	Zoom	Zoom	лицензионное