

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Российский государственный гуманитарный университет»

(РГГУ)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПОЛЯ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) Прикладная математика

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2017

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПОЛЯ

Рабочая программа дисциплины

Составители:

Д. пед. н., профессор, зав. кафедрой фундаментальной и прикладной математики

В.К. Жаров

Д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики

В.М. Максимов

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 14 от 20.06.2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: познакомить студента с весьма важной прикладной областью математического знания как локально компактные поля.

Задачи дисциплины: на примерах показать способы моделирования с использованием основной теории, задач действительности.

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-11	готовность применять знания и навыки управления информацией	<i>Знать:</i> классические методы анализа и синтеза стационарных линейных систем, методы пространства состояний; <i>Уметь:</i> выбирать конкретные методы для анализа и синтеза для решения прикладной задачи; <i>Владеть:</i> навыками формализации прикладных задач.
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<i>Знать:</i> классические методы анализа и синтеза стационарных линейных систем, методы пространства состояний; <i>Уметь:</i> выбирать конкретные методы для анализа и синтеза для решения прикладной задачи; <i>Владеть:</i> навыками формализации прикладных задач.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Топологические поля» относится к вариативной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Общая алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Теория кодирования».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 42 ч., самостоятельная работа обучающихся 66 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>(по семестрам)</i>
			контактная			Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия	Промежуточная аттестация		
1	Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел	7	4	4		14	

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная			Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия	Промежуточная аттестация		
2	Топологические группы, кольца, тела.	7	6	4		14	Контрольная работа
3	Неархимедовы метрики и топология в поле рациональных чисел.	7	4	8		14	Рефераты, доклады
4	Доказательство теоремы Понтрягина о строении локально бикомпактных связных тел. Доказательство теоремы Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.	7	6	6		14	Рефераты, доклады Коллоквиум
5	Зачёт с оценкой	7		2		10	Ответы на теоретические вопросы, итоговая контрольная работа
	Итого:		18	24		66	

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел.

Теоремы Фробениуса об конечномерных алгебрах с делением над полем действительных чисел.

Тема 2. Топологические группы, кольца, тела.

Связные и вполне несвязные. Общие свойства топологических тел.

Локально-компактные простые кольца.

Их строение, строение аддитивной группы, типы топологий. Теоремы Jacobson-Tousky.

Строение коммутативных топологических групп.

Тема 3. Неархимедовы метрики и топология в поле рациональных чисел.

Теорема Островского. Поля p -адических чисел, их свойства и приложения. Некоторые обобщения полей p -адических чисел (конечные расширения).

Тема 4. Доказательство теоремы Понтрягина о строении локально бикompактных связных тел.

О строении локально бикompактных связных тел.

Доказательство теоремы Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.

О строении локально бикompактных связных тел.

4. Образовательные технологии

Образовательные технологии

№	Наименование раздела	Виды учебных	Образовательные технологии
---	----------------------	--------------	----------------------------

п/п		занятий	
1	2	3	4
1	Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел	Лекции Практическое занятие Самостоятельная работа	Вводная лекция с использованием видеоматериалов Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
2	Топологические группы, кольца, тела.	Лекции Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
3	Неархимедовы метрики и топология в поле рациональных чисел.	Лекции Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекции беседы, с разбором теоретических задач Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
4	Доказательство теоремы Понтрягина о строении локально бикompактных связных тел. Доказательство теоремы Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекции беседы, с разбором теоретических задач Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Рефераты, доклады	5 баллов	25 баллов
- Контрольная работа	25 баллов	25 баллов
- Коллоквиум	10 баллов	10 баллов
Промежуточная аттестация		
- Ответы на теоретические вопросы		20 баллов
- Итоговая контрольная работа		20 баллов

Итого за семестр (дисциплину) Зачет с оценкой		100 баллов
---	--	------------

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«зачтено (отлично)»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	«зачтено (хорошо)»	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	«зачтено (удовлетворительно)»	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные темы рефератов, докладов (ПК-11, ПК-12):

1. Локально-компактные простые кольца.
2. Теорема Островского.
3. Поля p -адических чисел, их свойства и приложения.
4. Некоторые обобщения полей p -адических чисел (конечные расширения).

Примерные задания для контрольной работы (ПК-11, ПК-12):

1. Верно ли, что мощность всех отображений, множества состоящего хотя бы из одного элемента, больше исходного множества? Ответ доказать.
2. Верно ли, что компактное пространство нормально? Доказать.
3. Убедитесь, что $\bar{\rho}$ – метрика и что индуцируемая ею топология эквивалентна тихоновской топологии.
4. Гильбертов куб (пример, счетное произведение отрезков $[0;1]$) – метризуемое топологическое пространство.

Примерные вопросы для коллоквиума (ПК-11, ПК-12):

1. Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел.
2. Теоремы Фробениуса об конечномерных алгебрах с делением над полем действительных чисел.
3. Связные и вполне несвязные.
4. Общие свойства топологических тел.
5. Локально-компактные простые кольца и их строение.

6. Строение аддитивной группы, типы топологий.
7. Теоремы Jacobson-Tousky.
8. Строение коммутативных топологических групп.
9. Теорема Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.
10. Теорема Понтрягина о строении локально бикompактных связных тел.
11. Локально-компактные простые кольца.
12. Теорема Островского.
13. Поля p -адических чисел, их свойства и приложения.
14. Некоторые обобщения полей p -адических чисел (конечные расширения).

Промежуточная аттестация

Примерные контрольные вопросы по курсу (ПК-11, ПК-12):

1. Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел.
2. Теоремы Фробениуса об конечномерных алгебрах с делением над полем действительных чисел.
3. Связные и вполне несвязные.
4. Общие свойства топологических тел.
5. Локально-компактные простые кольца и их строение.
6. Строение аддитивной группы, типы топологий.
7. Теоремы Jacobson-Tousky.
8. Строение коммутативных топологических групп.
9. Теорема Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.
10. Теорема Понтрягина о строении локально бикompактных связных тел.

Примерные практические задания для итоговой контрольной работы (ПК-11, ПК-12):

1. Описать все топологии множества $\{a, b\}$.
2. Какие из следующих семейств вещественного пространства образуют топологию:
а) \square, \emptyset , и все подмножества $(-\infty, x)$; б) \square, \emptyset , и все подмножества $(-\infty, x]$.
3. Показать, что семейство интервалов вида $(-n, n)$, n – натуральное число, является открытым покрытием вещественной прямой с обычной топологией, из которого нельзя извлечь конечно подпокрытия.
4. Доказать, что компактное метрическое пространство сепарабельно.
5. Задача. Пусть множество I имеет мощность континуума или больше. Верно ли, что тихоновский куб $[0, 1]^I$ несепарабелен?
6. Задача. Докажите, что если топологическое пространство M компактно, то любой монотонный набор непустых замкнутых подмножеств $Z_i \subset M$ имеет непустое пересечение $\bigcap_i Z_i$.
7. Задача. Пусть M — хаусдорфово топологическое пространство со счетной базой. Докажите, что M компактно тогда и только тогда, когда у M нет бесконечных дискретных подмножеств.

8. Задача. Пусть M компактно. Выведите из теоремы Александера, что M с тихоновской топологией компактно.
9. Задача. Основная теорема алгебры. Пусть $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ — полином положительной степени с комплексными коэффициентами. Мы рассматриваем P как функцию из \mathbb{C} в \mathbb{C} . Как топологическое пространство \mathbb{C} отождествляется с \mathbb{R}^2 . Мы хотим доказать, что $P(x) = 0$ для какого-то $x \in \mathbb{C}$.
10. Задача. Докажите, что полином P непрерывен.
11. Задача. Докажите, что найдется такое C , что для всех $|x| > C$ выполняется неравенство $|P(x) - x^n| \leq |x|^n \max_{1 \leq i \leq n} |a_i|$.
12. Задача. Докажите, что найдется такое C , что для всех $|x| > C$ выполняется неравенство $|P(x)| > R^n$.
13. Задача. Выведите из этого, что $|P|$ достигает локального минимума в точке $a \in \mathbb{C}$.
14. Задача. Какие квадратные уравнения можно решить в \mathbb{Z}_p ? А в \mathbb{Q}_p ?
15. Задача. Докажите, что пространство со счетной базой в точке содержит плотное счетное подмножество тогда и только тогда, когда у него есть счетная база.
16. Задача. Приведите пример непрерывного отображения хаусдорфовых пространств, которое а) замкнуто, но не открыто, б) открыто, но не замкнуто.
17. Задача. Докажите, что любой максимальный идеал — простой.
18. Задача. Пусть M — множество, а $U \subset 2^M$ — набор его подмножеств. Докажите, что следующие утверждения равносильны: 1) U — ультрафильтр; 2) выполнены следующие свойства: • если $A \subset B$, $A \in U$, то $B \in U$; • для любого $A \subset M$ либо A , либо $M \setminus A$ лежат в U (но не одновременно); • если $A, B \in U$, то $A \cap B \in U$; $\emptyset \notin U$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Наймарк, М. А. Нормированные кольца [Электронный ресурс] / М. А. Наймарк. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 688 с., 3 ил. - ISBN 978-5-9221-1273-4. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/544789>
2. Гельфанд, И. М. Коммутативные нормированные кольца / И. М. Гельфанд, Д. А. Райков, Г. Е. Шиллов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 260 с. (Классика и современность. Математика). ISBN 978-5-9221-1331-1, 100 экз. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/392894>

Дополнительная

1. Власов, Е. Г. Конечные поля в телекоммуникационных приложениях. Теория и применение FEC, CRC, M-последовательностей: Практическое пособие/Власов Е.Г. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 285 с. (Наука и практика) ISBN 978-5-16-009437-3. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/441970>

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета: <http://lib.mexmat.ru/>

2. Л.С. Понтрягин. Непрерывные группы. [Электронный ресурс] – М.: Наука, 1973. - 527 с. - Режим доступа: <http://bookre.org/reader?file=439841>

3. Джекобсон Н. Теория колец [Электронный ресурс]/ Перевод с англ. - М.: Государственное издательство иностранной литературы. – Режим доступа: <http://bookre.org/reader?file=439814>

Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Журналы Oxford University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
 - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
 - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
 - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
 - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
 - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
 - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
 - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Тема 1. Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел. (ПК-11, ПК-12)

Цель занятия: Разбор примеров конечномерных коммутативных алгебр малой размерности

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Задания:

1. Описать все топологии множества $\{a, b\}$.
2. Какие из следующих семейств вещественного пространства образуют топологию: а) \square, \emptyset , и все подмножества $(-\infty, x)$; б) \square, \emptyset , и все подмножества $(-\infty, x]$.
3. Показать, что семейство интервалов вида $(-n, n)$, n – натуральное число, является открытым покрытием вещественной прямой с обычной топологией, из которого нельзя извлечь конечно подпокрытия.

Контрольные вопросы:

Теоремы Дедекинда о строении полупростых коммутативных алгебр над полем действительных чисел.

Теоремы Фробениуса об конечномерных алгебрах с делением над полем действительных чисел.

Тема 2. Топологические группы, кольца, тела. (ПК-11, ПК-12)

Цель занятия: Примеры топологических групп, колец и тел

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Задания:

1. Доказать, что компактное метрическое пространство сепарабельно.
2. Задача. Пусть множество I имеет мощность континуума или больше. Верно ли, что тихоновский куб $[0, 1]^I$ несепарабелен?
3. Задача. Докажите, что если топологическое пространство M компактно, то любой монотонный набор непустых замкнутых подмножеств $Z_i \subset M$ имеет непустое пересечение $\bigcap_i Z_i$.
4. Задача. Пусть M — хаусдорфово топологическое пространство со счетной базой. Докажите, что M компактно тогда и только тогда, когда у M нет бесконечных дискретных подмножеств.
5. Задача. Пусть M компактно. Выведите из теоремы Александера, что M с тихоновской топологией компактно.

Контрольные вопросы:

Связные и вполне несвязные.
 Общие свойства топологических тел.
 Локально-компактные простые кольца и их строение.
 Строение аддитивной группы, типы топологий.
 Теоремы Jacobson-Tousky.
 Строение коммутативных топологических групп.

Тема 3. Неархимедовы метрики и топология в поле рациональных чисел. (ПК-11, ПК-12)

Цель занятия: Примеры топологических групп, колец и тел

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Задания:

1. Задача. Основная теорема алгебры. Пусть $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ — полином положительной степени с комплексными коэффициентами. Мы рассматриваем P как функцию из \mathbb{C} в \mathbb{C} . Как топологическое пространство \mathbb{C} отождествляется с \mathbb{R}^2 . Мы хотим доказать, что $P(x) = 0$ для какого-то $x \in \mathbb{C}$.
2. Задача. Докажите, что полином P непрерывен.
3. Задача. Докажите, что найдется такое C , что для всех $|x| > C$ выполняется неравенство $|P(x) - x^n| \leq 2 \max |a_i|$.
4. Задача. Докажите, что найдется такое C , что для всех $|x| > C$ выполняется неравенство $|P(x)| > R^n$.
5. Задача. Выведите из этого, что $|P|$ достигает локального минимума в точке $a \in \mathbb{C}$.
6. Задача. Какие квадратные уравнения можно решить в \mathbb{Z}_p ? А в \mathbb{Q}_p ?

Контрольные вопросы:

Теорема Островского.
 Поля p -адических чисел, их свойства и приложения.
 Некоторые обобщения полей p -адических чисел (конечные расширения).

Тема 4. Топологические группы, кольца, тела. (ПК-11, ПК-12)

Цель занятия: Примеры топологических групп, колец и тел

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Задания:

1. Задача. Докажите, что пространство со счетной базой в точке содержит плотное счетное подмножество тогда и только тогда, когда у него есть счетная база.
2. Задача. Приведите пример непрерывного отображения хаусдорфовых пространств, которое а) замкнуто, но не открыто, б) открыто, но не замкнуто.
3. Задача. Докажите, что любой максимальный идеал — простой.
4. Задача. Пусть M — множество, а $U \subset 2^M$ — набор его подмножеств. Докажите, что следующие утверждения равносильны: 1) U — ультрафильтр; 2) выполнены следующие свойства: • если $A \subset B$, $A \in U$, то $B \in U$; • для любого $A \subset M$ либо A , либо $M \setminus A$ лежат в U (но не одновременно); • если $A, B \in U$, то $A \cap B \in U$; $\emptyset \notin U$.

Контрольные вопросы:

Теорема Ковальского о строении вполне несвязных топологических тел.

Теорема Понтрягина о строении локально бикомпактных связных тел.

Локально-компактные простые кольца.

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

Приложения

Приложение 1

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Топологические поля» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: познакомить студента с весьма важной прикладной областью математического знания как локально компактные поля.

Задачи: на примерах показать способы моделирования с использованием основной теории, задач действительности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ПК-11 - готовность применять знания и навыки управления информацией;
- ПК-12 - способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: классические методы анализа и синтеза стационарных линейных систем, методы пространства состояний;

Уметь: выбирать конкретные методы для анализа и синтеза для решения прикладной задачи;

Владеть: навыками формализации прикладных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачёта с оценкой.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	20.06.18	13
2	Приложение к листу изменений №2	28.06.19	13
3	Приложение к листу изменений №3	22.06.20	13

1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2018г.)*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2018г.)*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2019г.)*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2019г.)*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

1. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 1

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

3. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
4	Zoom	Zoom	лицензионное