

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МАТЕМАТИКА

Программа
вступительного экзамена
на 2016 год

Москва 2015

ББК 22.1я729

М 34

МАТЕМАТИКА

Программа вступительного экзамена
на 2016 год

Составители:

Е.Е. Тимонина

А.И. Верченко

Э.А. Применко

Ответственный редактор *А.А. Грушо*

Программа утверждена
на заседании кафедры математики, логики
и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере
9 сентября 2015 г., протокол № 1

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Абитуриентам вступительный экзамен по математике предлагается в письменной форме в виде теста.

Данное издание содержит характеристику и описание процедуры письменного экзамена по математике, программу по математике, оценки результатов экзамена.

Цель данных методических указаний – помочь абитуриентам подготовиться к вступительному экзамену по математике и ознакомить их с основными требованиями, предъявляемыми на этом экзамене.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

Характеристика экзамена

На экзамене абитуриенту предлагается вариант тестового задания для письменной работы. Все тесты имеют приблизительно одинаковую сложность и составлены так, чтобы максимально проверить уровень подготовки абитуриента к поступлению в РГГУ.

В письменной работе абитуриент должен показать:

- четкое знание математических понятий, фактов, формул и теорем, предусмотренных программой;
- уверенное владение проведением строгих математических рассуждений и навыками решения задач, предусмотренными программой.

Программа отражает две группы требований. Первая из них представляет собой перечень основных математических понятий, фактов, формул и теорем, а во второй перечислены основные требования к математической культуре, которой должен владеть абитуриент.

Ввиду разнообразия имеющихся учебников и учебных пособий, в некоторых из них отдельные положения программы могут называться иначе, формулироваться в виде задач, либо вообще отсутствовать. Это, однако, не освобождает абитуриента от необходимости знать эти положения.

Продолжительность экзамена – 3 астрономических часа (180 минут). Категорически запрещено использование калькуляторов, магнитофонов, пейджеров, радиотелефонов и другой электронной техники. На экзамене не разрешается пользоваться справочниками и другой какой-либо вспомогательной литературой или материалами.

Процедура экзамена

Перед началом экзамена абитуриентам раздаются специальные листы для черновика и бланки ответов. Письменная работа пишется только на листах для черновика, и ответы заносятся в бланки ответов. Категорически запрещается использовать титульный лист для записей решений задач, а также писать свою фамилию на листах, отличных от титульного листа.

После того, как листы и бланки розданы, экзаменатор проводит инструктаж и отвечает на вопросы абитуриентов. Затем он раз-

дает тестовые задания. С этого момента экзамен считается начавшимся. Напоминаем, что ровно через 3 астрономических часа (180 минут) все абитуриенты обязаны сдать письменные работы, даже если не успели закончить работу.

Тестовые задания включают 20 задач. 10 задач имеют по 5 вариантов ответа. Абитуриент должен решить задачу на черновике, выбрать правильный номер ответа и проставить его в бланке ответов в соответствующей графе. 10 задач не имеют вариантов ответов, но предполагают в качестве ответа целое число, которое и заносится в бланк ответов в соответствующую графу.

Проверка письменных работ
и ознакомление абитуриентов
с результатами работы

Проверка письменной работы по математике происходит автоматически. Письменная работа оценивается в 100 баллов.

После объявления оценки абитуриент имеет право – в установленное приемной комиссией время – ознакомиться с итогами проверки своей работы, то есть посмотреть проверенную работу и получить соответствующие пояснения экзаменаторов.

ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

основные математические понятия, факты, формулы и теоремы, арифметика, алгебра и начала анализа

Понятие множества, равенство множеств. Операции объединения, пересечения и разности множеств. Перечисление элементов в простейших конечных множествах.

Натуральные числа (**N**). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (**Z**). Рациональные числа (**Q**). Сумма, разность, произведение, частное. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (**R**), их представление в виде десятичных дробей. Сравнение действительных чисел. Свойства числовых неравенств. Примеры иррациональных чисел.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы и их свойства.

Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корни многочлена. Разложение многочлена на множители.

Определение функции, аргумент функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.

Определения, графики и основные свойства элементарных функций:

– линейной

$$y = ax + b;$$

– квадратичной

$$y = ax^2 + bx + c;$$

– степенной

$$y = ax^n, n \in \mathbf{N};$$

– обратной пропорциональности (гиперболы)

$$y = k/x;$$

– дробно-линейной

$$y = (ax + b)/(cx + d);$$

– показательной

$$y = a^x, a > 0;$$

– логарифмической

$$y = \log_a x;$$

– модуля

$$y = |x|;$$

– тригонометрических функций

$$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x,$$

$$y = \operatorname{ctg} x;$$

- обратных тригонометрических функций
 $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctg x$, $y = \operatorname{arccotg} x$;
- арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Уравнение. Решения (корни) уравнения. Понятие о равносильных (эквивалентных) уравнениях. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решения простейших тригонометрических уравнений $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных (эквивалентных) неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решения систем.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -ого члена и суммы первых n членов прогрессии. Среднее арифметическое и среднее геометрическое, соотношение между ними.

Синус, косинус, тангенс и котангенс суммы и разности двух аргументов, двойного и половинного аргумента. Формулы приведения. Преобразование в произведение сумм $\sin a \pm \sin b$; $\cos a \pm \cos b$; $\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b$; $\operatorname{ctg} a \pm \operatorname{ctg} b$ и произведений $\cos a \cdot \cos b$; $\sin a \cdot \sin b$; $\sin a \cdot \cos b$ в суммы.

Понятие производной, ее геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции.

Производные функций:

$$y = x^a, a \in \mathbb{R}; y = a^x, a > 0; y = \log_a x;$$

$$y = \cos x; y = \sin x; y = \operatorname{tg} x; y = \operatorname{ctg} x.$$

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функций на отрезке.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых.

Примеры преобразований фигур на плоскости, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Признаки подобия треугольников.

Векторы. Сумма и разность векторов. Произведение вектора и действительного числа. Расстояние между двумя точками на координатной плоскости.

Треугольник. Соотношения между сторонами треугольника. Медиана, биссектриса, высота. Сумма углов треугольника. Внешний угол. Средняя линия. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема синусов, теорема косинусов. Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Свойство биссектрисы угла. Соотношение отрезков, на которые биссектриса делит противоположную сторону. Формулы площади треугольника.

Четырехугольники: параллелограмм, трапеция. Признаки параллелограмма, свойства параллелограмма, свойства трапеции. Формулы площади прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Многоугольник. Его вершины, стороны, диагонали. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Окружность и круг. Уравнение окружности. Центр, хорда, диаметр, радиус. Дуга окружности. Сектор. Сегмент. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Длина окружности и длина дуги окружности. Центральные и вписанные углы, их измерения. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Окружность, описанная около четырехугольника. Радианная мера угла. Площадь круга, сектора сегмента.

Касательная к окружности и ее свойства. Равенство касательных, проведенных из одной точки. Равенство квадрата касательной произведению секущей и ее внешней части.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признак параллельности плоскостей.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым. Признак параллельности прямой и плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Формулы площади поверхности и объема параллелепипеда, призмы, пирамиды.

Цилиндр. Конус. Формулы площади поверхности и объема цилиндра, конуса.

Сфера. Шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Формулы объема шара и площади сферы.

Основные умения и навыки

Экзаменующийся должен уметь:

- производить без калькулятора арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; сравнивать числа;
- проводить тождественные преобразования числовых выражений и выражений с переменными;
- задавать области определения и области значений функций Перечислять элементы в конечных множествах;
- строить на координатной плоскости графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, гиперболической, логарифмической и тригонометрических функций, а также множества точек, заданные уравнениями и неравенствами;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени и приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, а также уравнения и неравенства с параметрами;
- решать задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств;
- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
- использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;
- производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций;
- пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций;
- доказывать математические утверждения. Опровергать неправильные математические утверждения. Различать необходимые и достаточные условия в математических утверждениях;
- излагать и оформлять решения логически правильно и последовательно, с необходимыми пояснениями каждого этапа.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ИЗ ТЕСТОВ

Институт информационных наук
и технологий безопасности, Институт лингвистики

Задания группы А

1. Найти числовое значение следующего выражения $\cos \frac{5\pi}{12}$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}+1)$	2) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	3) $\frac{\sqrt{6}}{4}$	4) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$	5) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}+1)$
-------------------------------------	----------------------------------------------	-------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

2. Найти максимальное целое число, удовлетворяющее неравенству

$$\sqrt{-x+2} < -x.$$

1) 0	2) -2	3) 1	4) -1	5) -3
------	-------	------	-------	-------

3. Найти максимальное целое значение параметра a , при котором уравнение $\frac{x+3(x-3)}{a-3} = 1$ имеет два решения.

1) -8	2) 12	3) 2	4) -6	5) 4
-------	-------	------	-------	------

4. Середина промежутка, который является решением неравенства $\log^{\frac{1}{3}}(\log_2(12-x)) > -2$, равна:

1) 7,5	2) 7	3) -244,5	4) -255,5	5) 255,5
--------	------	-----------	-----------	----------

5. Вычислить $\sin^3 x + \cos^3 x$, если известно, что $\sin x + \cos x = 0,6$.

1) 0,792	2) -0,792	3) 0,216	4) -0,408	5) 0,984
----------	-----------	----------	-----------	----------

Задания группы В

1. Найти сумму корней уравнения $|x + 3|(\sqrt{2-x} + x) = 0$.
2. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, делит прямой угол в отношении 1:2 и равна $\sqrt{7}$. Найти модуль разности квадратов катетов этого треугольника.
3. Найти наибольшее целое число, принадлежащее промежутку, на котором функция $f(x) = 9|x - 1,5| - 4x + |3x - |x + a||$ убывает.
4. Найдите количество тех цифр, которыми можно заменить звездочку в числе $1234*5$, чтобы полученное число делилось на 15.
5. Найти расстояние d от начала координат до прямой $3x - 4y - 20 = 0$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

- Выгодский М.Я.* Справочник по элементарной математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. – 509 с.
- Математика. Пособие для поступающих в РГГУ на факультет защиты информации и факультет информатики / Отв. ред. А.А. Грушо. М.: РГГУ, 2007. 27 с.
- Ткачук В.В.* Математика – абитуриенту. М.: МЦНМО, 2006. 1024 с.

Учебное издание

МАТЕМАТИКА

Программа
вступительного экзамена
на 2016 год

Составители:

Тимонина Елена Евгеньевна
Верченко Андрей Иванович
Применко Эдуард Андреевич

Ответственный редактор

Грушо Александр Александрович